Vertroulik

basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

TEGNIESE WISKUNDE V1

NOVEMBER 2024

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, 'n 2 bladsy-inligtingsblad en 2 antwoordblaaie.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit NEGE vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Beantwoord VRAAG 3.3.3 en VRAAG 4.1.5 op die ANTWOORDBLAAIE wat verskaf is. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer in die ruimtes wat op die ANTWOORDBLAAIE verskaf is en lewer die ANTWOORDBLAAIE saam met jou ANTWOORDEBOEK in.
4. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
5. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
6. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
9. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
10. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $x(2x+7)=0$ (2)

1.1.2 $3x^2 + x = 6 + 5x$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

1.1.3 $x^2 + 3x - 10 \leq 0$ (3)

1.2 Los op vir x en y as:

$y - x = 2$ en $x^2 + y^2 = 20$ (6)

1.3 Die formule wat gebruik word om die CR (kompressieverhouding) te bepaal wanneer die verbrandings- en slagvolumes gegee word, is:

$$CR = \frac{CV + SV}{SV}$$

Waar:

CR = kompressieverhouding
CV = verbrandingsvolume (cm^3)
SV = slagvolume (cm^3)

1.3.1 Maak CV die onderwerp van die formule. (2)

1.3.2 Bereken vervolgens die numeriese waarde van CV as $SV = 48\,\text{cm}^3$ en die kompressieverhouding gelyk aan $9{,}5 : 1$ is. (2)

1.4 Druk 1110_2 as 'n desimale getal uit. (1)

1.5 Evalueer $1110_2 \times 35$ en laat jou antwoord as 'n binêre getal. (2)

[22]

VRAAG 2

2.1 Gegee: $x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{1-7p}}{3-p}$. Bepaal die numeriese waarde(s) van p as x:

2.1.1 Ongedefinieer is (1)

2.1.2 Nie-reëel is (2)

2.2 Bepaal die numeriese waarde(s) van t waarvoor die vergelyking $3(x+1) = x^2 + t$ reëele wortels sal hê. (4)

[7]

VRAAG 3

3.1 Vereenvoudig die volgende en **toon ALLE berekeninge**, waar van toepassing:

3.1.1 $27^{\frac{2}{3}}$ (1)

3.1.2 $\left(1+\sqrt{3}\right)^2 - \sqrt{12}$ (3)

3.1.3 $\log_p p$ (1)

3.1.4 $\log_3 81 - \log_2 \sin 30° - \log_5 \sqrt{5}$ (4)

3.2 Los op vir x: $5^{x+2} - 5^x = \dfrac{24}{5}$ (3)

3.3 Gegee die komplekse getal: $z_1 = \dfrac{1}{2} \times z_2$ waar $z_2 = -2i + 2$

3.3.1 Druk z_1 in die vorm $a + bi$ uit. (1)

3.3.2 Skryf $\bar{z}_1$ (die gekonjugeerde van z_1) neer. (1)

3.3.3 Stel $\bar{z}_1$ (die gekonjugeerde van z_1) as 'n Argand-diagram voor op die komplekse vlak wat op die ANTWOORDBLAD voorsien word. (3)

3.3.4 Druk z_1 in die vorm $r\,cis\theta$, (θ in grade) uit. (5)

[22]

VRAAG 4

4.1 Gegee funksies f en h gedefinieer deur $f(x) = 3^x - 1$ en $h(x) = \sqrt{25 - x^2}$

4.1.1 Skryf die vergelyking van die asimptoot van f neer. (1)

4.1.2 Skryf die definisieversameling (gebied) van h neer. (2)

4.1.3 Bepaal die x-afsnit van f. (2)

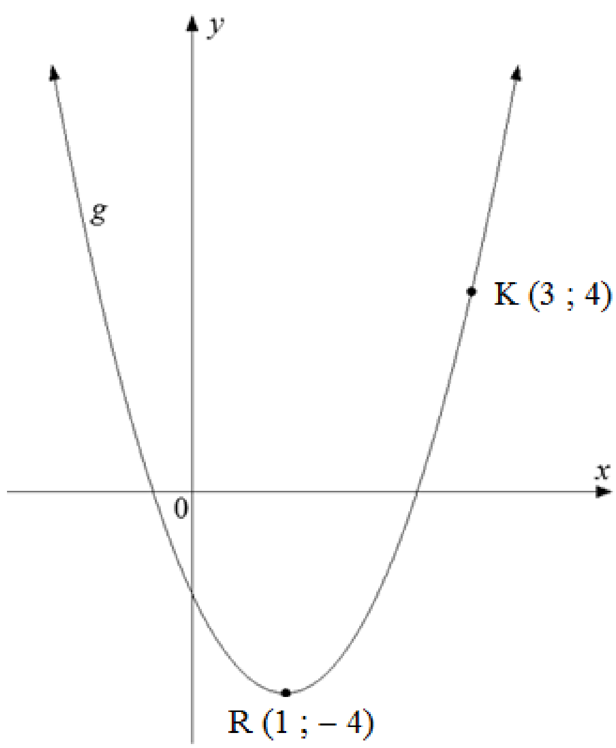
4.1.4 Bepaal die y-afsnit van f. (2)

4.1.5 Teken sketsgrafieke van f en h op dieselfde assestelsel op die ANTWOORDBLAD wat voorsien word. Toon duidelik ALLE afsnitte met die asse en die asimptoot aan. (5)

4.1.6 Gebruik vervolgens jou grafiek om die waardes van x te bepaal, waarvoor $f(x) \times h(x) \leq 0$ (2)

4.2 Die grafiek hieronder stel funksie g gedefinieer deur $g(x) = a(x - p)^2 + q$ voor.

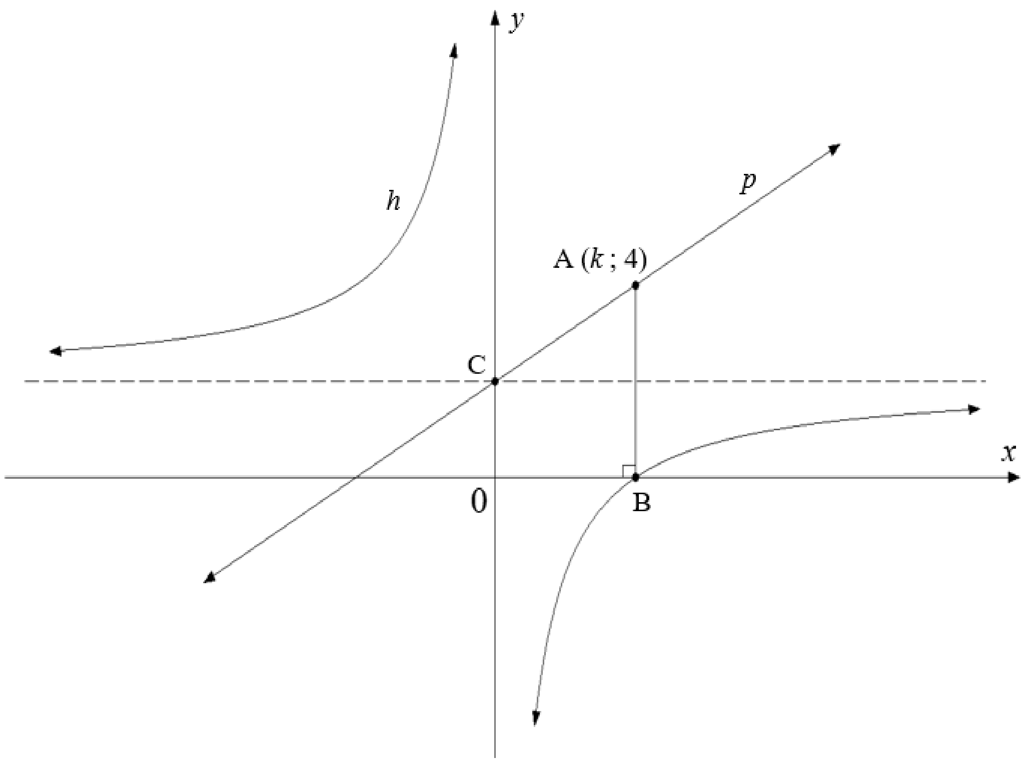
R$(1\,;\,-4)$ is die draaipunt van g en K$(3\,;\,4)$ is 'n punt op g.



Bepaal die vergelyking van g in die vorm $g(x) = ax^2 + bx + c$ (4)

4.3 Die grafieke hieronder stel funksies h en p voor, gedefinieer deur $h(x)=\dfrac{a}{x}+q$ en $p(x)=x+2$.

- $A(k\,;4)$ is 'n punt op p en B is die x-afsnit van h.
- Die asimptoot van h gaan deur C, die y-afsnit van p.
- AB is loodreg op die x-as.



4.3.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van h neer. (2)

4.3.2 Bepaal die numeriese waarde van k. (2)

4.3.3 Skryf vervolgens die x-koördinaat van B neer. (1)

4.3.4 Bepaal vervolgens die definiërende vergelyking van h. (2)

[25]

VRAAG 5

5.1 Die jaarlikse effektiewe rentekoers wat deur 'n finansiële instansie gevra word, is 9,1%. Bereken die nominale rentekoers wat per jaar gehef word, as dit kwartaalliks saamgestel word. (4)

5.2 'n Dorp se bevolking het oor 'n vyf-jaar-periode vanaf 50 000 teen 'n saamgestelde koers van 3% per jaar toegeneem. Bepaal die bevolking van die dorp aan die einde van vyf jaar. (3)

5.3 In 2018 was die koste van ingenieurstoerusting R260 000.

5.3.1 Indien die toerusting wat in 2018 gekoop is, tot 25% van sy oorspronklike waarde gedepresieer het, bereken die huidige waarde van die toerusting. (1)

5.3.2 Die toerusting het teen 'n koers van 14% per jaar op die verminderdesaldo-metode gedepresieer. Bepaal hoe lank (tot die naaste jaar) dit vir die toerusting geneem het om te depresieer tot die waarde wat in VRAAG 5.3.1 bereken is. (4)

5.4 'n Bedrag van R20 000 word belê in 'n rekening wat 'n rentekoers van 10% per jaar bied, maandeliks saamgestel.

- Aan die einde van 18 maande het die rentekoers verander na 8% per jaar, kwartaalliks saamgestel.
- Die rentekoers het toe vir die oorblywende jare onveranderd gebly.
- Aan die einde van die 3de jaar is 'n bedrag van R3 000 uit die rekening onttrek.

Bepaal die bedrag geld wat aan die einde van die 4de jaar in die beleggingsrekening is. (5)

[17]

VRAAG 6

6.1 Gegee: $f(x) = 9x - 6$

Bepaal $f^{/}(x)$ deur EERSTE BEGINSELS te gebruik. (5)

6.2 Bepaal $f^{/}(x)$ as $f(x) = 11\pi^{2}$ (1)

6.3 Gegee: $y = x\left(3 + \frac{3}{x^{5}}\right)$

6.3.1 Vereenvoudig y. (2)

6.3.2 Bepaal vervolgens $\frac{dy}{dx}$. (2)

6.4 Gegee: $D_x\left[\sqrt[5]{x^{8}} - 5x^{12}\right]$

6.4.1 Druk $\sqrt[5]{x^{8}}$ in eksponensiële vorm uit. (1)

6.4.2 Bepaal vervolgens $D_x\left[\sqrt[5]{x^{8}} - 5x^{12}\right]$. (2)

6.5 Gegee: $g(x) = -x^{3} + 6x^{2}$

6.5.1 Bepaal $g^{/}(x)$. (2)

6.5.2 Bepaal vervolgens die gradiënt van die raaklyn aan g waar $x = -2$ (2)

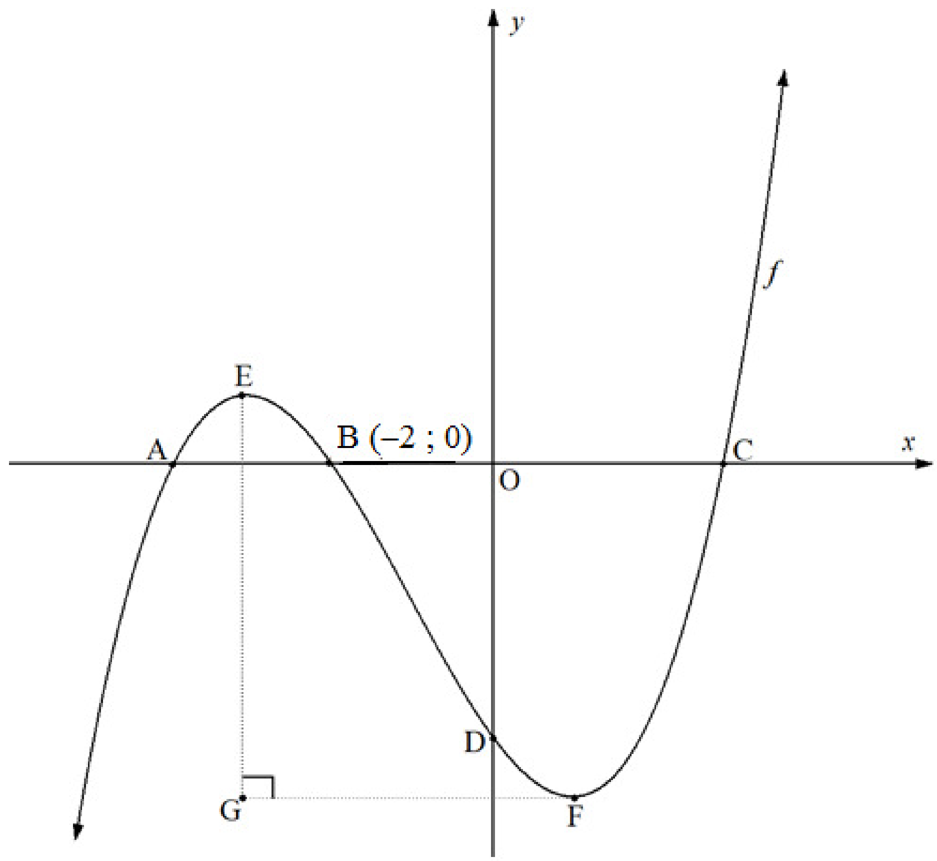
6.5.3 Bepaal die koördinate van 'n raakpunt van 'n ander raaklyn aan die kromme wat dieselfde gradiënt as die raaklyn by $x = -2$ het. (4)

[21]

VRAAG 7

Die grafiek van funksie *f*, gedefinieer deur $f(x) = x^3 + x^2 - 32x - 60$, is hieronder geteken.

- Punte A, $B(-2\,;0)$ en C is die *x*-afsnitte en punt D is die *y*-afsnit van *f*.
- E en F is die draaipunte van *f* en $E\hat{G}F = 90°$.



7.1	Skryf die lengte van OD neer.	(1)
7.2	Bepaal die koördinate van punte A en C.	(4)
7.3	Bepaal die koördinate van punt G.	(6)
7.4	Gebruik die grafiek om die waardes van x te bepaal waarvoor:	
	7.4.1 $f(x) \geq 0$ as $x < 0$	(2)
	7.4.2 f afnemend is	(2)

[15]

VRAAG 8

'n Maatskappy vervaardig weekliks x botteldoppies en maak 'n wins van P rand. Die verwantskap tussen die wins en die aantal botteldoppies wat weekliks geproduseer word, word deur die volgende formule gegee:

$$\mathrm{P}(x) = -20x^3 + 6\,000x - 10\,000$$

Bepaal:

8.1 Die verlies vir die maatskappy as dit vir 'n week sou sluit (1)

8.2 $\mathrm{P}'(x)$ (1)

8.3 Die maksimum weeklikse wins wat die maatskappy kan maak (5)
[7]

VRAAG 9

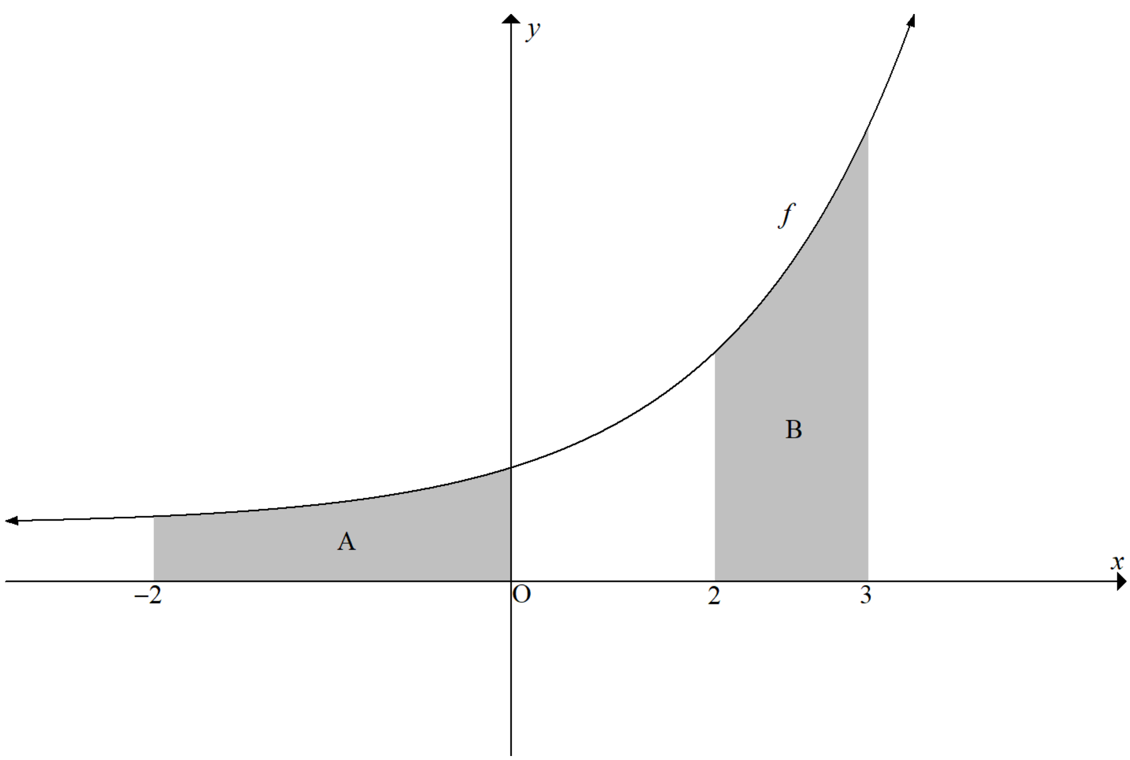
9.1 Bepaal die volgende integrale:

9.1.1 $\int -\frac{6}{x}\ dx$ (2)

9.1.2 $\int (3x-4)(x+2)\ dx$ (4)

9.2 Die skets hieronder toon funksie f gedefinieer deur $f(x) = 2^x$

- A stel die gearseerde oppervlakte begrens deur die grafiek van f, die x-as en die ordinate $x = -2$ en $x = 0$ voor.
- B stel die gearseerde oppervlakte begrens deur die grafiek van f, die x-as en die ordinate $x = 2$ en $x = 3$ voor.



9.2.1 Bepaal: $\int 2^x\ dx$ (1)

9.2.2 'n Leerder beweer dat oppervlakte B gelyk is aan 4 keer dié van oppervlakte A.

Bevestig, en toon ALLE berekeninge, of die leerder se bewering GELDIG is. (7)
[14]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni) \qquad A = P(1 - ni) \qquad A = P(1 + i)^n \qquad A = P(1 - i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int k x^n \, dx = k \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad , n \neq -1$$

$$\int \frac{k}{x} dx = k \cdot \ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int k a^{nx} \, dx = k \cdot \frac{a^{nx}}{n \ln a} + C \quad , a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M\left(\frac{x_2 + x_1}{2} ; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \tan\theta = m$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In ΔABC: $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

Oppervlakte van $\Delta ABC = \dfrac{1}{2} ab \cdot \sin C$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \qquad 1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

$\pi \text{ rad} = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n$ waar n = rotasiefrekwensie

Hoeksnelheid $= \omega = 360° n$ waar n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi D n$ waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \omega r$ waar ω = hoeksnelheid en r = radius

Booglengte $= s = r\theta$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{rs}{2}$ waar r = radius, s = booglengte

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{r^2\theta}{2}$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord

$A_T = a\left(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n\right)$ waar $a =$ wydte van gelyke dele, $m_1 = \dfrac{o_1 + o_2}{2}$

$o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

OF

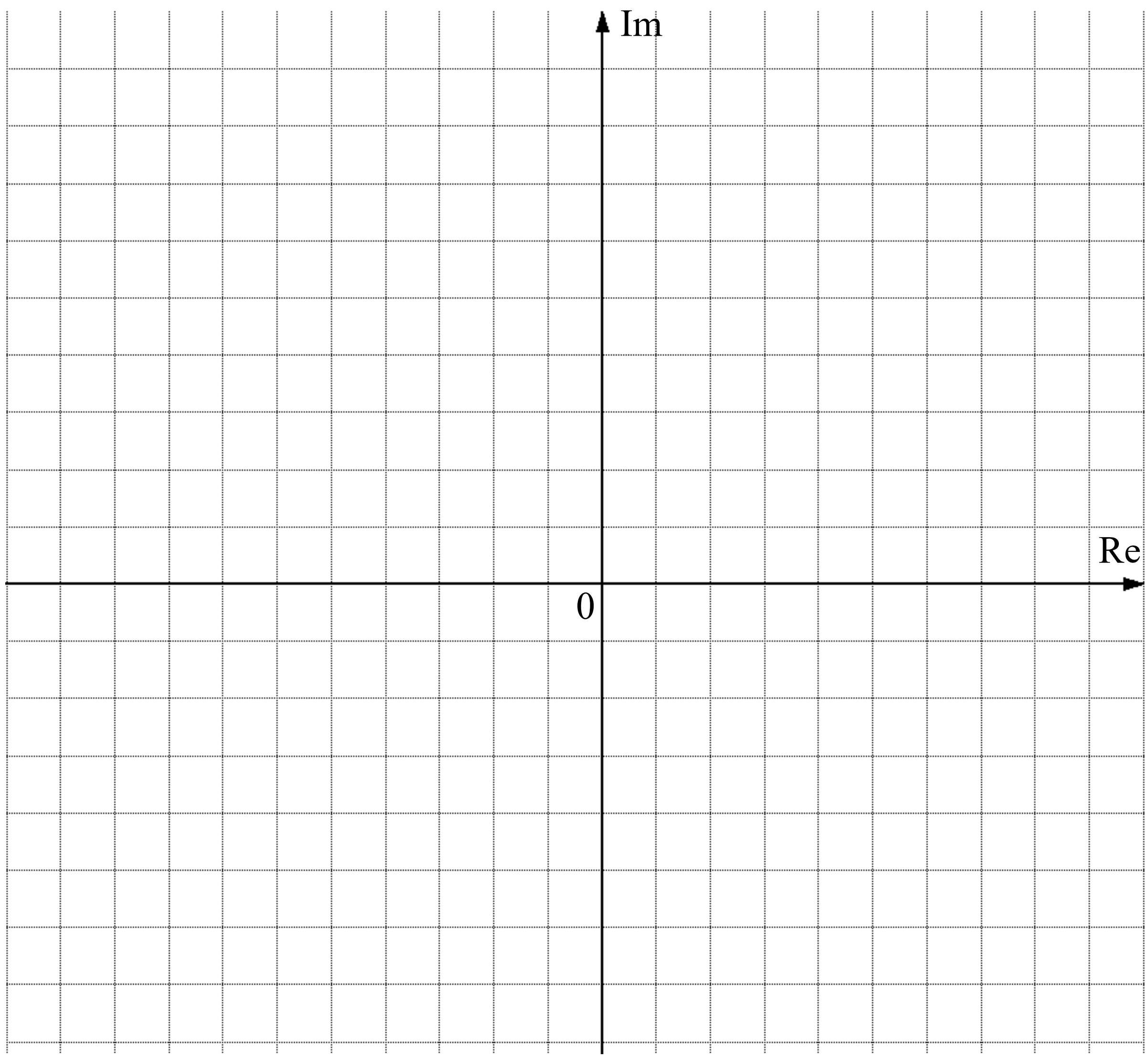
$A_T = a\left(\dfrac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + \ldots + o_{n-1}\right)$ waar $a =$ wydte van gelyke dele, $o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

ANTWOORDBLAD

SENTRUMNOMMER							

EKSAMENNOMMER													

VRAAG 3.3.3



ANTWOORDBLAD

SENTRUMNOMMER							

EKSAMENNOMMER													

VRAAG 4.1.5