Province of the EASTERN CAPE EDUCATION

Iphondo leMpuma Kapa: Isebe leMfundo
Provinsie van die Oos Kaap: Department van Onderwys
Porafensie Ya Kapa Botjahabela: Lefapha la Thuto

NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2024

WISKUNDE V1

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, insluitend 'n 1-bladsy inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Jy mag ’n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbare en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
5. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
9. ’n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $(2x-4)(x-1)=0$ (2)

1.1.2 $2x^2-3(x+2)=4$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

1.1.3 $x^2+4x-21\leq 0$ (3)

1.1.4 $-\sqrt{x-1}=3-2x$ (4)

1.2 Los gelyktydig op vir x en y:

$2x=1-y$ en $xy-x^2+y^2=5$ (6)

1.3 Gegee dat:

- $f(x)=x^2+3x$
- $2x-\left[t(x)\right]^{\frac{1}{2}}=0$

Vir watter waardes van k sal die vergelyking $f(-x)+\dfrac{t(2k)}{4}=0$ gelyke wortels hê? (5)

[24]

VRAAG 2

2.1 Gegee die kwadratiese getalpatroon: –5; –4; –1; 4; ...

2.1.1 Bepaal die n^{de} term van die kwadratiese getalpatroon in die vorm $T_n = an^2 + bn + c$ (4)

2.1.2 Bereken die 35ste term van die kwadratiese getalpatroon. (1)

2.1.3 Watter TWEE opeenvolgende terme van die eerste verskille ry sal ŉ produk van 1 155 hê? (4)

2.2 Gegee die rekenkundige ry: 60; 65; 70; . . .
Bereken die waarde van p waarvoor $T_p = 430$. (3)

2.3 Die som van die eerste drie terme van ŉ stygende rekenkundige reeks is 30 en die produk van dieselfde drie terme is 510. Bepaal die waardes van a en d, die eerste term en die algemene verskil van die reeks onderskeidelik. (5)

[17]

VRAAG 3

3.1 ŉ Oneindige geometriese/meetkundige reeks het ŉ eerste term van 2 en ŉ konstante verhouding van $\frac{1}{3}$.

3.1.1 Bereken die volgende twee terme. (1)

3.1.2 Bereken die waarde van S_∞. (2)

3.2 Bepaal die waarde van m as:

$$\sum_{k=3}^{m} 8(2)^{k-1} = 131\ 040$$

(5)

[8]

VRAAG 4

Beskou die funksie: $f(x) = \frac{-1}{x+5} - 2$

4.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van f neer. (2)

4.2 Bepaal die koördinate van die x-afsnit van f. (2)

4.3 Bepaal die koördinate van die y-afsnit van f. (2)

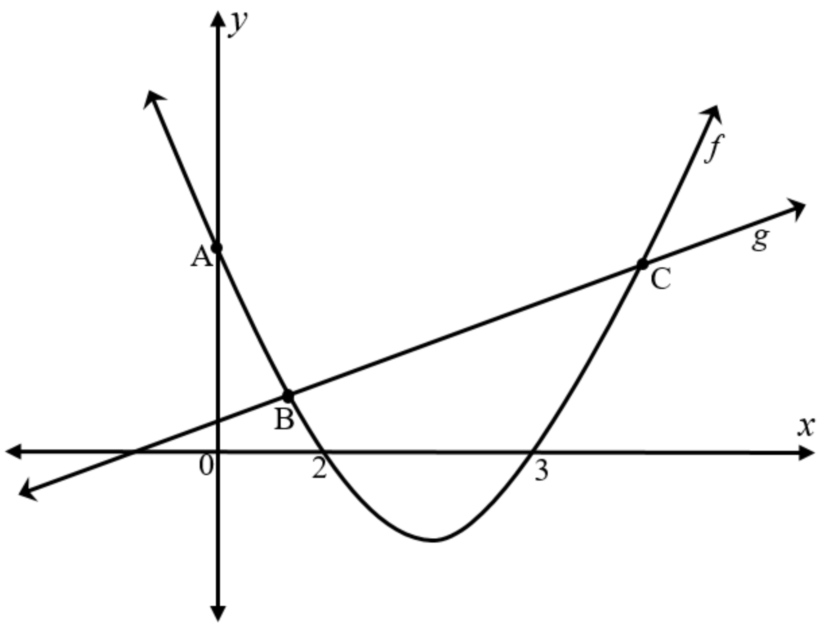
4.4 Skets die grafiek van f, toon duidelik alle asimptote en afsnitte met die asse. (3)

4.5 Bepaal die vergelyking van die simmetrie-as wat 'n gradiënt van –1 het. (2)

[11]

VRAAG 5

Die grafieke van $f(x)=x^2-5x+6$ en $g(x)=x+1$ is hieronder geteken. B en C is snypunte van f en g. Die grafiek van f het x-afsnitte by $(2;0)$ en $(3;0)$ en 'n y-afsnit by A.



5.1 Bepaal die vergelyking van die simmetrie-as van f. (2)

5.2 Bereken die koördinate van B en C. (4)

5.3 PQ is die vertikale afstand tussen die grafieke g en f tussen B en C. Bepaal die maksimum lengte van PQ. (4)

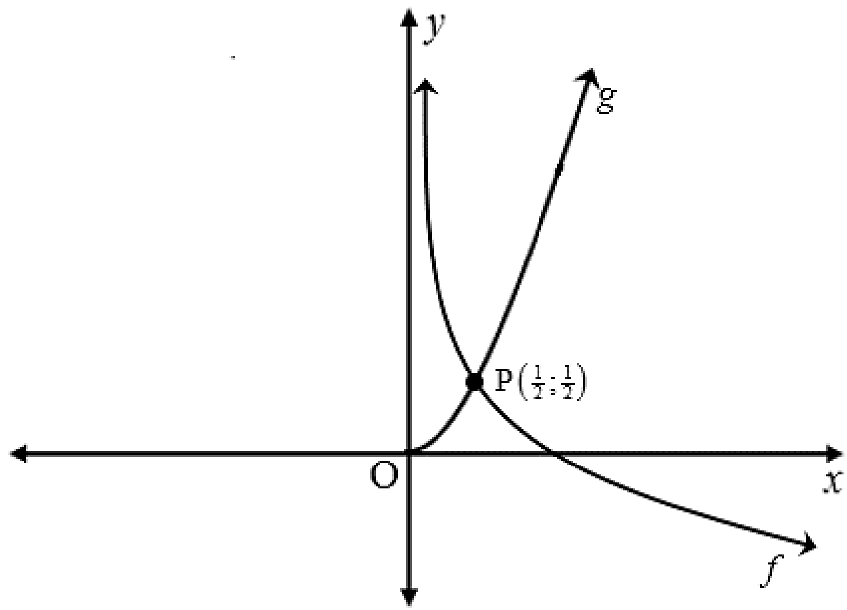
5.4 Bepaal die terrein van $t(x)$ as $f(x)-2=t(x)$. (2)

5.5 Vir watter waardes van x is $f(x).g'(x)<0$? (2)

[14]

VRAAG 6

Die diagram hieronder toon die grafieke van $f(x) = -\log_c x$ en $g(x) = d\,x^2$; $x \geq 0$.
Die punt P $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ is die snypunt van die grafieke f en g.



6.1 Bereken die waardes van c en d. (3)

6.2 Bepaal:

6.2.1 Die vergelyking van $g^{-1}(x)$ in die vorm $y = ...$ (2)

6.2.2 Die vergelyking van $h^{-1}(x)$ in die vorm $y = ...$, as h ’n refleksie van f in die x-as is (2)

6.2.3 Die x-waardes waarvoor $h^{-1}(x) > 0$ (1)

[8]

VRAAG 7

7.1 ’n Motor se waarde is R180 000, en neem af teen 13% p.j. jaarliks op die verminderdesaldo-metode saamgestel. Bereken die waarde van die motor in 6 jaar. (3)

7.2 Lumi het ’n 15-jaar spaarplan-rekening, wat rente betaal teen 8% p.j. maandeliks saamgestel, geopen. Sy spaar ’n bedrag van R900 elke maand vir die eerste 10 jaar. Haar eerste betaling was aan die einde van die eerste maand. Vir die laaste 5 jaar van haar spaarplan kon sy daarin slaag om haar maandelikse betalings tot R1 300 te vermeerder.

Bereken die waarde van haar spaargeld aan die einde van die spaarperiode. (5)

7.3 Mnr. Leanya het ’n huis vir R850 000 gekoop. Hy het ’n lening teen ’n rentekoers van 13% p.j. maandeliks saamgestel vanaf ’n bank verkry om vir die huis te betaal. Hy het ooreengekom om maandelikse paaiemente van R9 958,39 vir 20 jaar te betaal.

7.3.1 Bereken die balans van sy lening onmiddellik na sy 75^ste paaiement. (3)

7.3.2 Mnr. Leanya het na sy 75^ste paaiement finansiële probleme ondervind, en het nie die 76^ste tot die 79^ste paaiemente betaal nie. Aan die einde van die 80^ste maand het hy sy maandelikse paaiement vermeerder om sodoende die lening in dieselfde periode soos aanvanklik beplan af te betaal.

Bereken die waarde van sy nuwe aangepaste maandelikse paaiement. (5)

[16]

VRAAG 8

8.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels as $f(x) = x^2 - 3$. (4)

8.2 Bepaal:

8.2.1 $\frac{dy}{dx}$ as $y = -3x^2 + 7x$ (2)

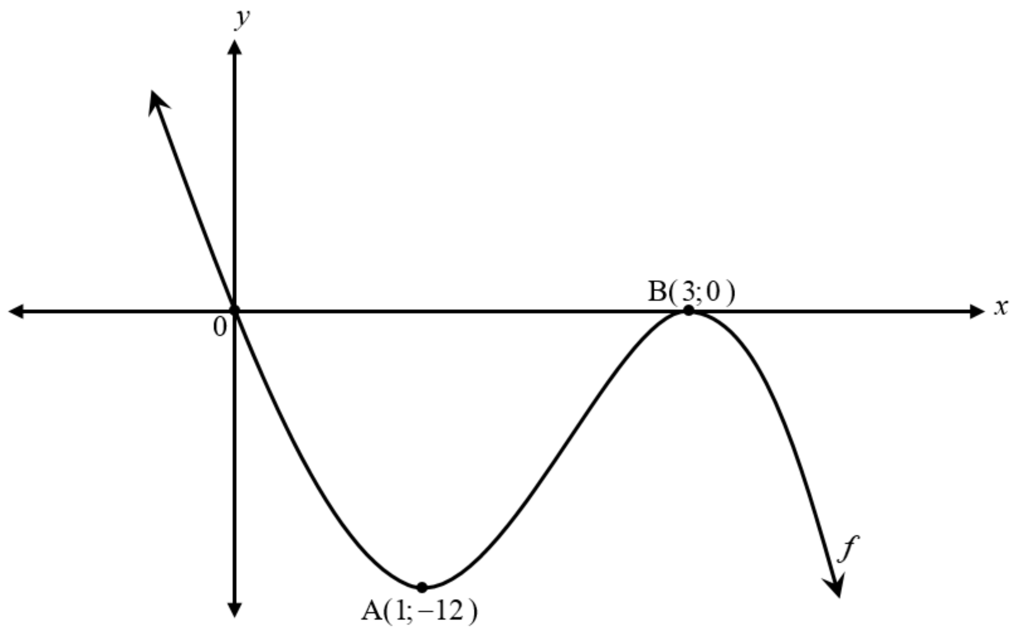
8.2.2 $D_x\left[\frac{x^3 - 5x^2}{x^3} - \sqrt{x}\right]$ (4)

8.3 Veronderstel $g(x)$ stel die tempo van verandering van $h(x) = -x^3 - 3x^2 + 1$ voor. Bereken die grootste waarde van $g(x)$. (3)

[13]

VRAAG 9

9.1 Die skets hieronder toon die grafiek van $f(x) = -3x^3 + mx^2 + nx$. Die grafiek van f gaan deur die oorsprong en het 'n lokale minimum en 'n lokale maksimum by $A(1;-12)$ en $B(3;0)$ onderskeidelik.



9.1.1 Toon aan dat $m = 18$ en $n = -27$ (5)

9.1.2 Verduidelik die verskil tussen $f(a)$ en $f^{/}(a)$. (2)

9.1.3 $g(x)$ is 'n raaklyn aan die kurwe van $f(x)$ by die buigpunt/infleksiepunt. Bepaal die vergelyking van $h(x)$, die reguitlyn wat loodreg op $g(x)$ is en deur die oorsprong gaan. (5)

9.1.4 Vir watter waardes van x sal $f^{//}(x) > 0$? (2)

9.2 Die funksie t word gedefinieer deur $t(x) = 2x^3 + bx + c$, en het die volgende eienskappe.

- $t(-3) = t(3) = t(0) = 0$
- $t^{/}(-1,5) = t^{/}(1,5) = 0$

Gebruik hierdie inligting om 'n netjiese sketsgrafiek van t, met byskrifte, te teken, sonder om vir b en c op te los. (3)

[17]

VRAAG 10

Die aantal skrifte wat deur 'n sekere merker by 'n merksentrum gemerk is, was t dae gemonitor nadat die merkproses begin het, voorgestel deur die funksie $S(t) = -3t^2 + 30t$, $1 \leq t \leq 10$, $t \in \mathbb{Z}$, waar $S(t)$ die aantal skrifte per dag voor stel.

10.1 Bepaal die aantal skrifte wat op die derde dag deur die merker gemerk is. (2)

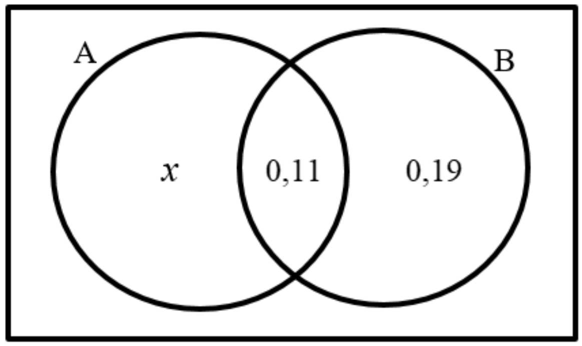
10.2 Op watter dag sal die merker die maksimum aantal skrifte wat per dag gemerk word, bereik? (3)

10.3 Die totale aantal skrifte wat 'n merker vir die 10 dae moes merk was 500. Het hierdie merker die kwota behaal? Staaf jou antwoord met berekeninge. (2)

[7]

VRAAG 11

11.1 Twee gebeurtenisse A en B word in die Venn-diagram hieronder voorgestel.
Dit word gegee dat P [nie (A of B)] = 0,41.



Bepaal:

11.1.1 Die waarde van x en vervolgens P(A) (2)

11.1.2 P (A of nie B) (2)

11.2 Die uitslae vir die sokkerklub, City Brothers FC se 30 wedstryde gedurende die 2022–2023 seisoen word hieronder voorgestel.

	TUIS-WEDSTRYD	**WEG-WEDSTRYD**	**TOTAAL**
WEN	3	4	7
VERLOOR	7	7	14
GELYK OP	5	a	9
TOTAAL	15	15	30

11.2.1 Skryf die waarde van a neer. (1)

11.2.2 Wat is die waarskynlikheid dat indien ŉ wedstryd willekeurig gekies word, dat City Brothers FC die verloorspan was? (1)

11.2.3 Is die gebeurtenisse 'wen wedstryd' en 'speel op tuisveld' onafhanklik? Staaf jou antwoord met berekeninge. (3)
[9]

VRAAG 12

Die provinsie KwaZulu-Natal het ʼn nuwe nommerplaatstelsel vanaf Desember 2023 ingestel. Die nuwe nommerplaatkode bestaan uit 2 letters, twee syfers en dan twee letters. Die stelsel gebruik die syfers, 0–9 en die letters van die alfabet behalwe die vokale/klinkers. Hieronder is ʼn voorbeeld van ʼn nuwe nommerplaat. Let wel, alle nommerplate met die agtervoegsel ZN wat onafhanklik van die kode is kom.

[Bron: KZN Provinsiale Gazette 2614-nuwe nommerplate vir KZN]

12.1 Hoeveel nommerplaatkodes is moontlik met die nuwe stelsel, as die syfers en letters nie herhaal mag word nie? (2)

12.2 Bereken die waarskynlikheid dat ʼn nommerplaatkode met ʼn letter voor G sal begin, met die eerste syfer ʼn saamgestelde getal en die laaste syfer ʼn faktor van 4. Syfers en letters mag nie herhaal word nie. (4)

[6]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1 - r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad area\,\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$