Vertroulik

basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN/
NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

TEGNIESE WISKUNDE V2

MEI/JUNIE 2024

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 16 bladsye en 'n 2 bladsy-inligtingsblad.

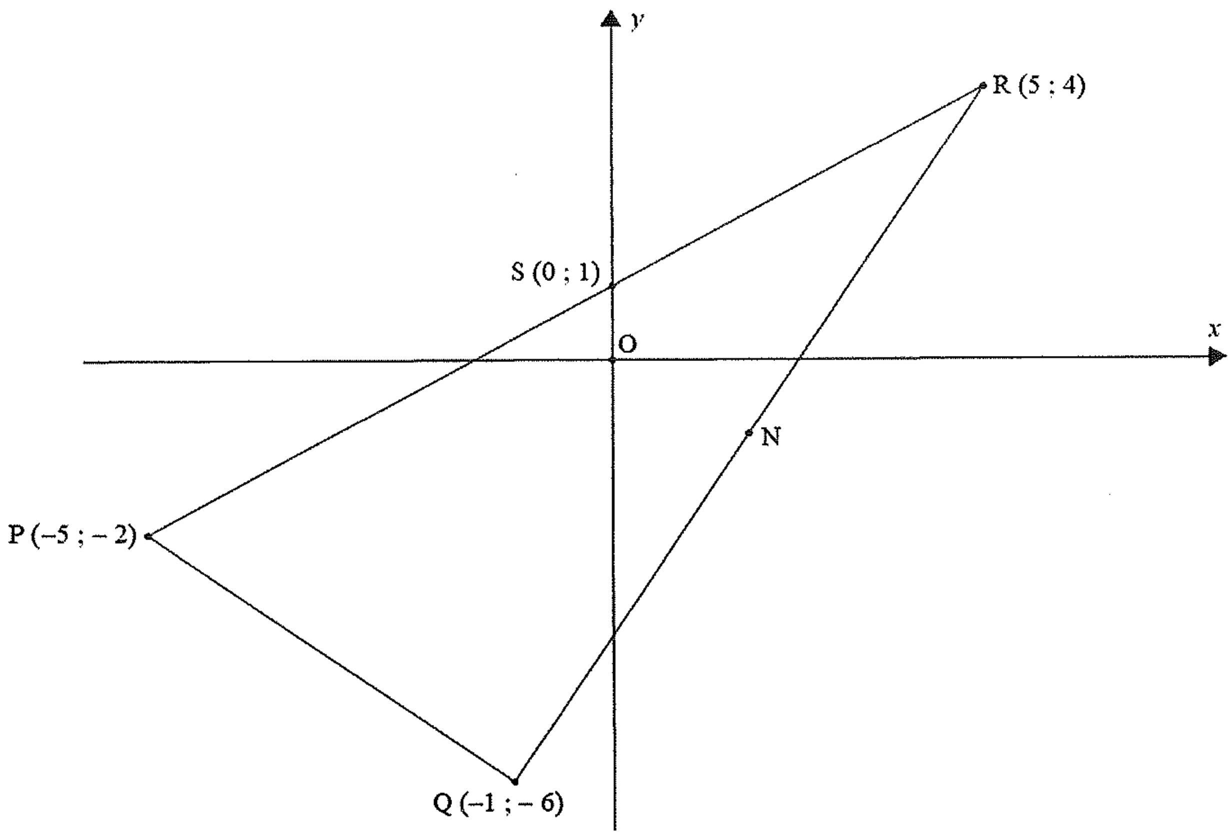
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

In die diagram hieronder is PQR 'n driehoek met hoekpunte $P(-5\,;-2)$, $Q(-1\,;-6)$ en $R(5\,;4)$.
N is die middelpunt van RQ.
$S(0\,;1)$ is 'n punt op die y-as.



1.1 Bepaal:

1.1.1 Die gradiënt van PQ (2)

1.1.2 Die koördinate van N (2)

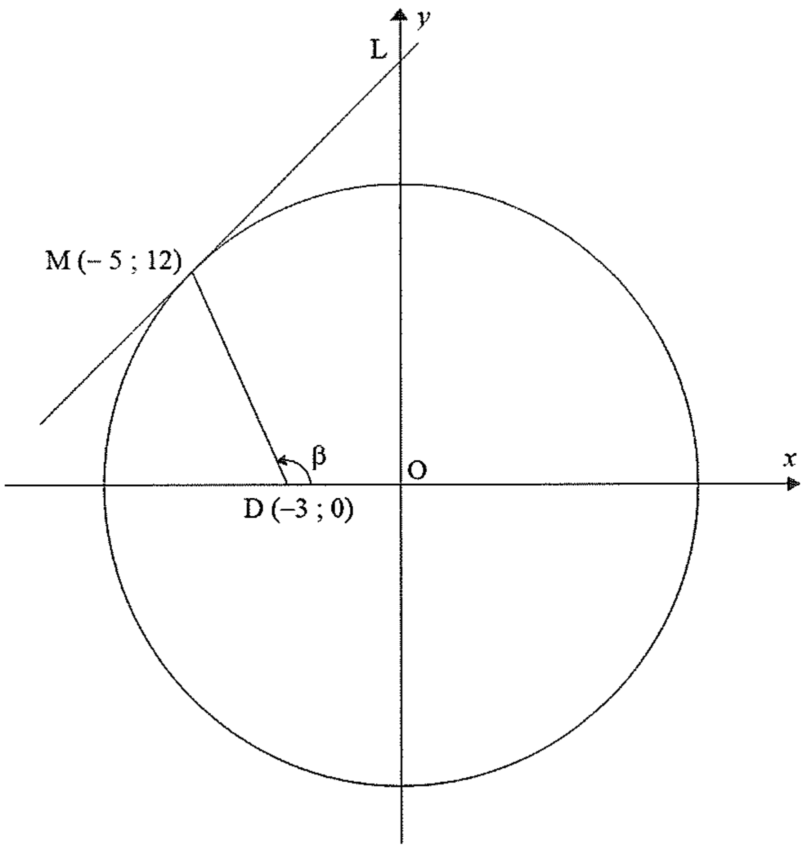
1.1.3 Die vergelyking van die lyn ewewydig aan PQ wat deur R gaan (3)

1.2 Toon aan, deur analitiese metodes te gebruik, dat $\frac{PQ}{SN} = 2$ (4)

[11]

VRAAG 2

2.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel by die oorsprong. ML is 'n raaklyn aan die sirkel by punt M $(-5\,;\,12)$ en L is die y-afsnit van ML. D $(-3\,;\,0)$ is 'n punt op die x-as. β is die inklinasiehoek van MD.



2.1.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel. (2)

2.1.2 Bepaal die vergelyking van raaklyn ML in die vorm $y = ...$ (4)

2.1.3 Skryf neer die koördinate van punt L. (2)

2.1.4 Bepaal die grootte van β. (4)

2.2 Skets, op die assestelsel in die ANTWOORDEBOEK wat verskaf is, die grafiek gedefinieer deur:

$$\frac{x^2}{(3)^2} + \frac{y^2}{36} = 1$$

Toon duidelik ALLE afsnitte met die asse. (3)

[15]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $\hat{P} = 119°$ en $\hat{Q} = 61°$

Bepaal:

3.1.1 $\operatorname{cosec} P \times \tan Q$ (3)

3.1.2 $\cos^2(P + 2Q)$ (2)

3.2 Gegee: $\frac{1}{2}\tan\theta = 2$, waar $\theta \in [0° ; 90°]$

Toon, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, dat $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ (6)

3.3 Los op vir x:

$\sin x = \tan 318°$, waar $x \in [0° ; 360°]$ (4)

[15]

VRAAG 4

4.1 Gegee: $\dfrac{\tan(\pi + A) \cdot \cos(180° - A) \cdot \sin(360° - A)}{\sin(2\pi + A)}$

4.1.1 Vereenvoudig deur reduksie: $\tan(\pi + A)$ (1)

4.1.2 Vereenvoudig: $\dfrac{\tan(\pi + A) \cdot \cos(180° - A) \cdot \sin(360° - A)}{\sin(2\pi + A)}$ (5)

4.2 Voltooi die identiteit: $\cot^2 x - \operatorname{cosec}^2 x =$ (1)

4.3 Bewys die identiteit: $\sin x + \cos^2 x \cdot \operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} x$ (3)

[10]

VRAAG 5

Gegee die funksies gedefinieer deur $f(x)=\cos(x-45°)$ en $g(x)=-2\sin x$, waar $x\in[0°\,;\,360°]$

5.1 Teken sketsgrafieke van f en g op dieselfde assestelsel wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word.

Dui duidelik ALLE draaipunte, afsnitte met die asse en eindpunte aan. (7)

5.2 Skryf die waarde van x neer waarvoor g 'n minimum is. (1)

5.3 Skryf die periode van g neer. (1)

5.4 Gebruik die letters **A** en **B** om op die grafieke aan te dui waar $-\frac{1}{2}\cos(x-45°)=\sin x$ (3)

5.5 Gebruik die grafieke wat in VRAAG 5.1 geteken is om die waardes van x, waarvoor $f'(x)<0$ is, te bepaal. (2)

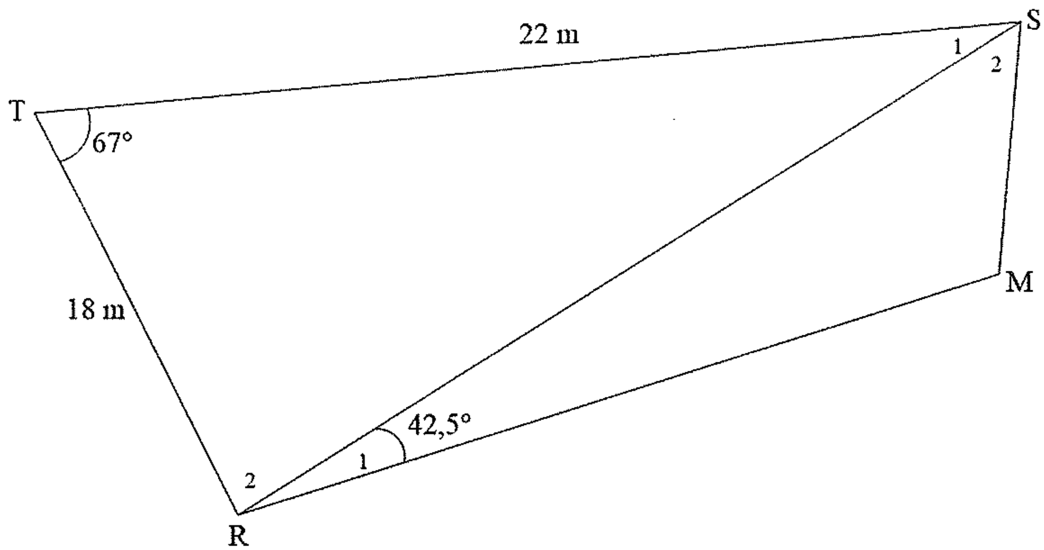
[14]

VRAAG 6

Die diagram hieronder toon 'n koordevierhoek TSMR.

TS = 22 m en TR = 18 m

$\hat{T} = 67°$ en $\hat{R}_1 = 42{,}5°$



6.1 Bepaal:

6.1.1 Die lengte van SR (3)

6.1.2 Die grootte van $\hat{M}$ (1)

6.2 Beantwoord die volgende vrae met betrekking tot ΔSMR.

6.2.1 Voltooi die sinusreël: $\frac{SM}{\sin \hat{R}_1} = \frac{SR}{\ldots}$ (1)

6.2.2 Bepaal vervolgens die lengte van SM. (2)

6.3 Die oppervlakte van ΔSMR moet bemes word. Een sak kunsmis dek 15,178 vierkante meter.

Bepaal die aantal sakke kunsmis wat benodig word om die oppervlakte van ΔSMR te bedek. (5)

[12]

Gee redes vir jou bewerings in VRAAG 7, 8 en 9.

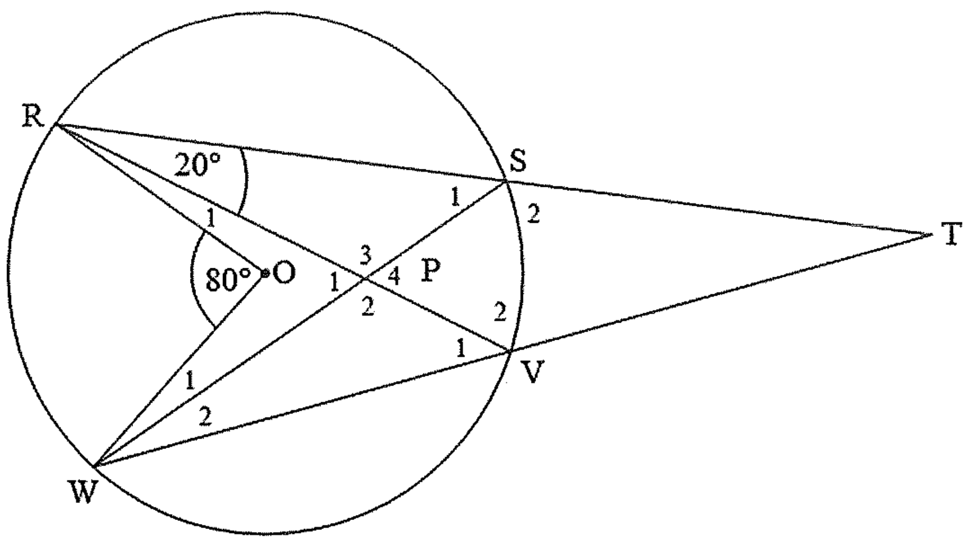
VRAAG 7

In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel. R, S, V en W is punte op die sirkel.

RS en WV word verleng om by T te ontmoet.

RV en WS sny by P.

$S\hat{R}V = 20°$ en $R\hat{O}W = 80°$



7.1 Bepaal, met redes, die grootte van elk van die volgende hoeke:

7.1.1 $\hat{V}_1$ (2)

7.1.2 $\hat{T}$ (2)

7.2 Toon, met redes, dat SPVT NIE 'n koordevierhoek is NIE. (3)
[7]

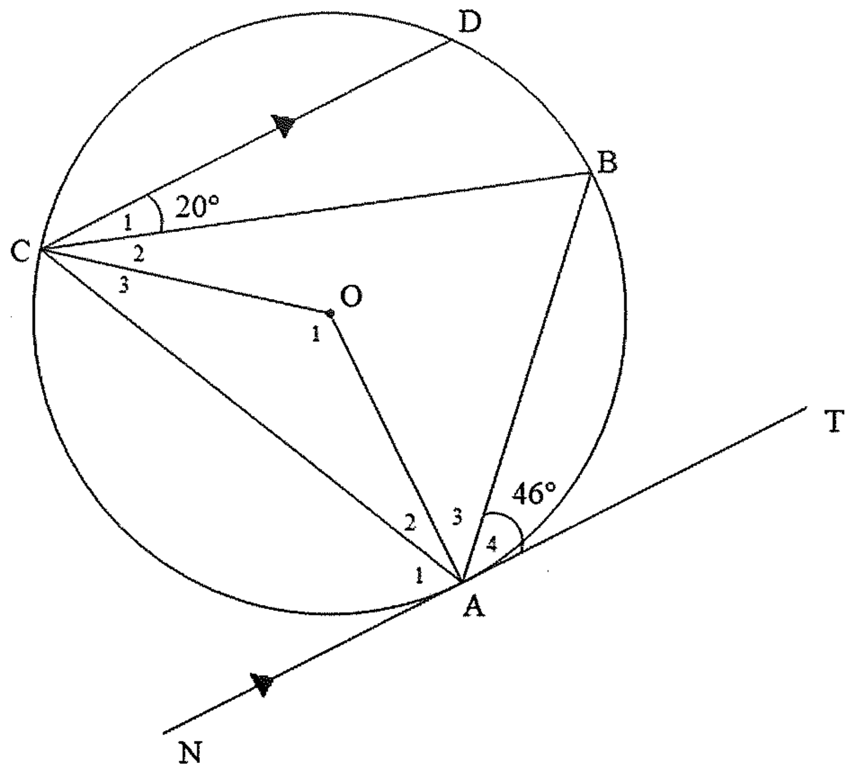
VRAAG 8

8.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel.

TN is 'n raaklyn aan die sirkel by A.

$\hat{A}_4 = 46°$

CD || TN en $\hat{C}_1 = 20°$



Bepaal, met redes, die grootte van elk van die volgende hoeke:

8.1.1 $B\hat{C}A$ (2)

8.1.2 $\hat{A}_3$ (3)

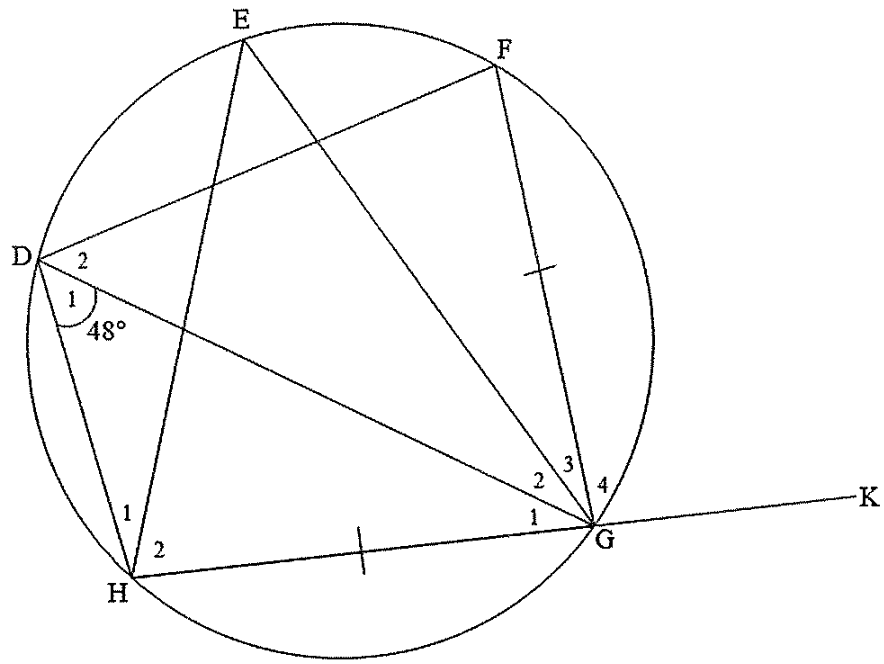
8.1.3 $\hat{A}_1$ (2)

8.1.4 $\hat{O}_1$ (3)

8.2 In die diagram hieronder is D, H, G, F en E punte op die sirkel.

HG is verleng na K.

$\hat{D}_1 = 48°$ en HG = FG.



Bepaal, met redes, die grootte van elk van die volgende hoeke:

8.2.1 $\hat{E}$ (2)

8.2.2 $\hat{D}_2$ (2)

8.2.3 $\hat{G}_4$ (2)
[16]

VRAAG 9

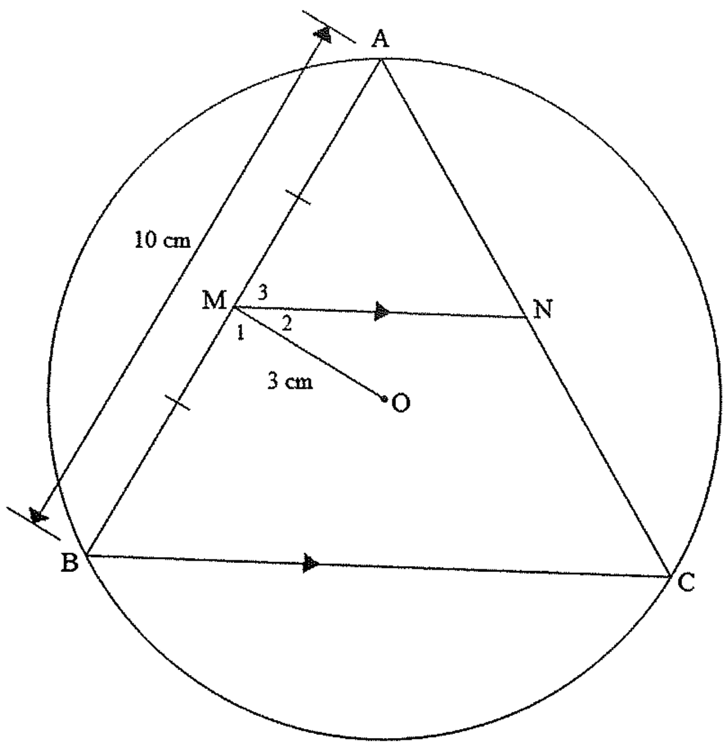
9.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel.

OM = 3 cm en halveer AB.

A, B en C is punte op die sirkel sodat AB = 10 cm.

MN || BC.

M is die middelpunt van AB.



9.1.1 (a) Skryf neer, met 'n rede, die grootte van $\hat{M}_1$ (2)

(b) Bepaal die lengte van die radius van die sirkel. (3)

9.1.2 As MN = 5,12 cm, skryf neer, met 'n rede, die lengte van BC. (2)

9.2 In die diagram hieronder is ABC 'n reghoekige driehoek.

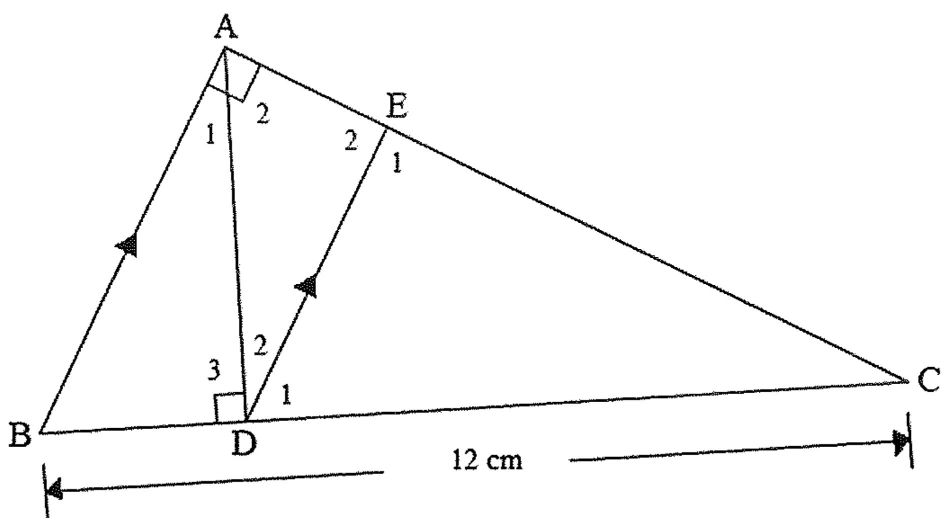
$\hat{A} = 90°$

$AD \perp BC$

$AB \parallel ED$

$CE : EA = 2 : 1$

$BC = 12$ cm



9.2.1 Bewys dat $\Delta ADC \,|||\, \Delta BAC$ (3)

9.2.2 Toon dat $AC^2 = DC \times BC$ (1)

9.2.3 (a) Voltooi die bewering en rede:

$$\frac{DC}{BC} = \frac{CE}{\ldots} \qquad (\ldots)$$ (2)

(b) Bepaal die lengte van DC. (2)

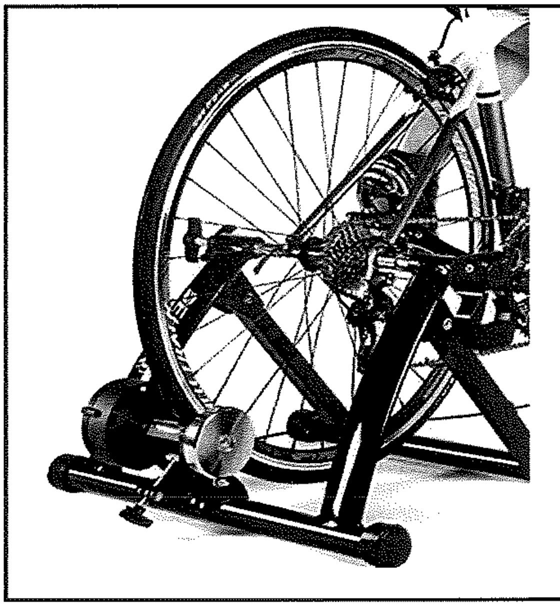
(c) Bepaal gevolglik die lengte van AC. (2)

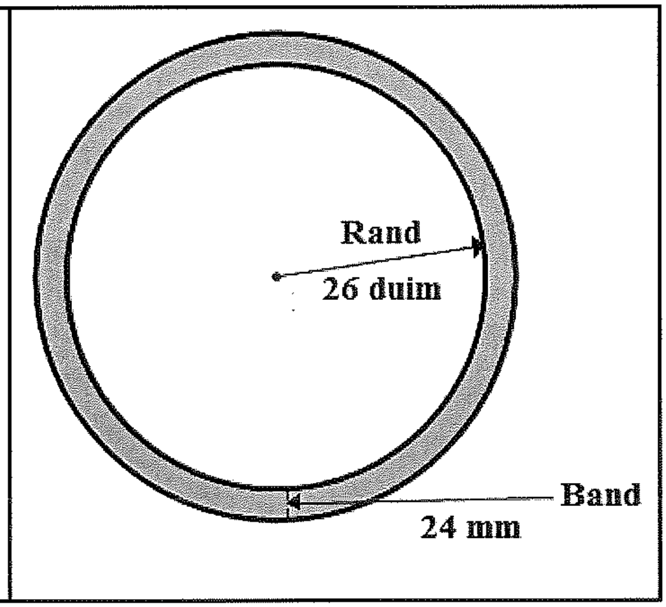
[17]

VRAAG 10

10.1 Die prent en diagram hieronder toon die agterwiel van 'n oefenfiets.

Die rand het 'n radius van 26 duim en die dikte van die band is 24 mm.





10.1.1 Herlei 26 duim na meter, as 1 duim = 0,0254 meter. (1)

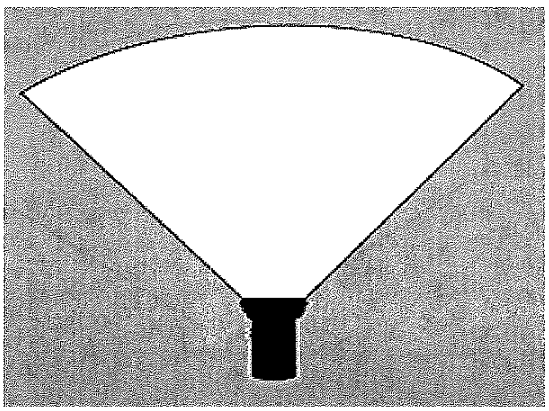
10.1.2 Bereken, in meter, die middellyn van die wiel wat die band insluit. (2)

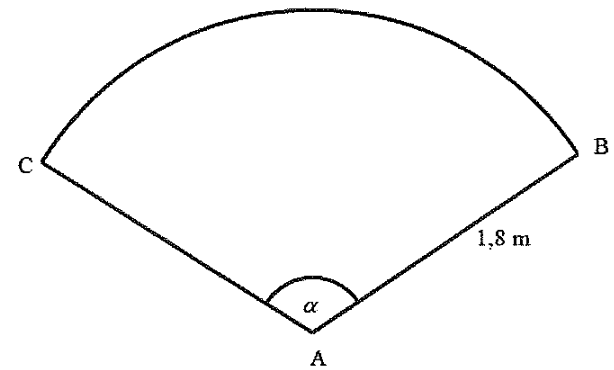
10.1.3 As die omtreksnelheid van 'n deeltjie op die buitenste rand van die wiel 60 km/h is, bereken die rotasiefrekwensie van die wiel in omwentelinge per sekonde. (4)

10.2 Die prent en diagram hieronder toon die oppervlakte wat deur 'n ligstraal gedek word deur 'n flitslig wat op die vloer lê.

Die ligstraal dek 'n afstand van 1,8 meter en die straalhoek is α.

Die vloeroppervlakte gedek deur die ligstraal is $2{,}5\ \text{m}^2$.



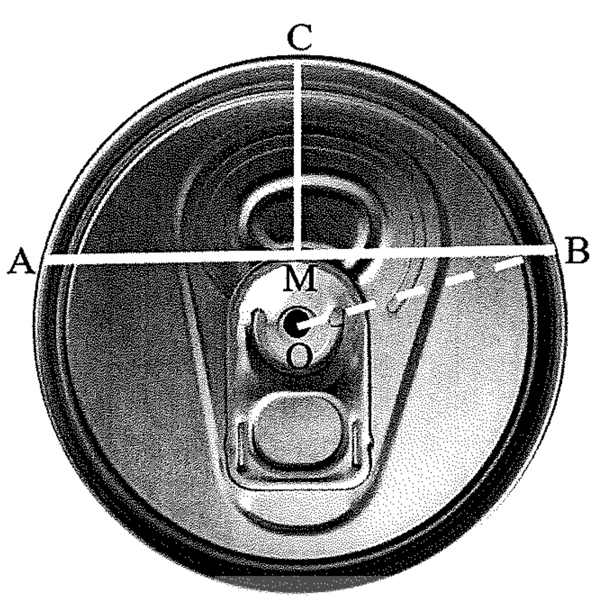


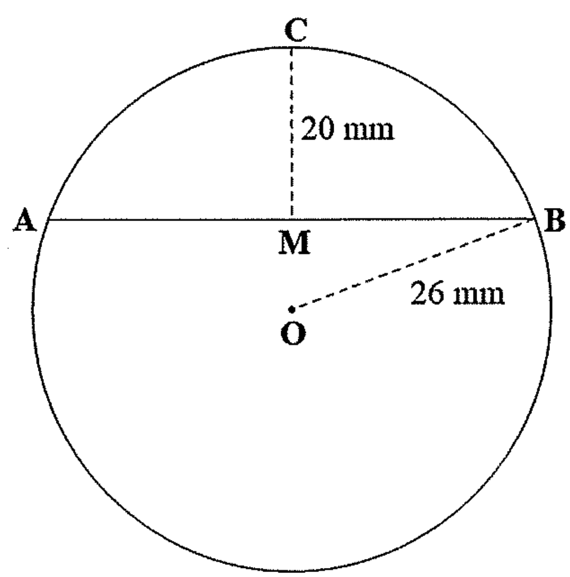
Toon dat α (in grade) 'n skerphoek is. Staaf jou antwoord. (5)

10.3 Die prent en die diagram hieronder toon die sirkelvormige bokant van 'n blikkie met middelpunt O.

Die radius $OB = 26$ mm

AB is 'n koord en die hoogte, MC, van die kleiner segment is 20 mm.





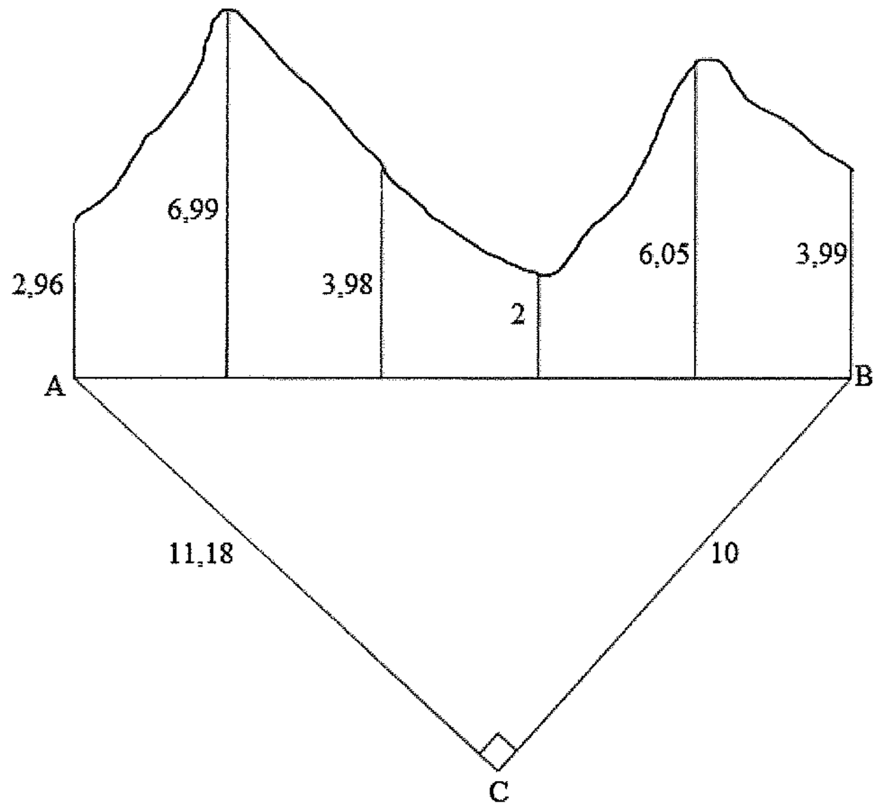
Bereken die lengte van koord AB. (4)
[16]

VRAAG 11

11.1 Die prent van 'n onreëlmatige figuur, met sy AB 'n reguitlyn, word hieronder getoon.

Die ordinate van hierdie figuur is 2,96 cm, 6,99 cm, 3,98 cm, 2 cm, 6,05 cm en 3,99 cm.

Reghoekige ΔABC met $AC = 11{,}18$ cm en $BC = 10$ cm is nie deel van die onreëlmatige figuur nie.



11.1.1 Bereken die lengte van AB tot die naaste heelgetal. (2)

11.1.2 Indien AB in vyf gelyke dele verdeel word, soos in die diagram getoon, bepaal die wydte van elk van die gelyke dele. (1)

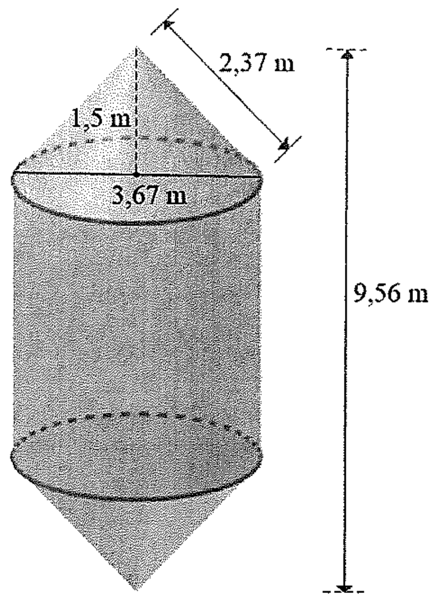
11.1.3 Bepaal gevolglik, deur die middelordinaatreël te gebruik, die oppervlakte van die onreëlmatige figuur. (3)

11.2 Die diagram hieronder verteenwoordig 'n silindriese ontwerp van 'n graanbergingshouer met identiese keëls aan beide kante.

Die middellyn van die silindriese gedeelte is 3,67 meter en die totale hoogte is 9,56 meter.

Die hoogte van elke keël is 1,5 meter.

Die skuinshoogte van elke keël is 2,37 meter.



Die volgende formules mag gebruik word: **Volume van 'n silinder** $= \pi r^2 h$ **Volume van 'n keël** $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ **Totale buite-oppervlakte van 'n silinder** $= 2\pi r^2 + 2\pi r h$ **Totale buite-oppervlakte van 'n keël** $= \pi r^2 + \pi r \ell$, **waar** ℓ **die skuinshoogte van 'n keël is**

11.2.1 Bepaal:

(a) Die lengte van die radius van die keël (1)

(b) Die hoogte van die silinder (1)

11.2.2 Bereken die volume van die houer. (3)

11.2.3 Bepaal of 100 m^2 materiaal voldoende is om die houer te vervaardig. (6)
[17]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0,\ a \neq 1$ and $b > 0$

$$A = P(1 + ni) \qquad A = P(1 - ni) \qquad A = P(1 + i)^n \qquad A = P(1 - i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ n \neq -1 \qquad \int kx^n\, dx = k \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ n \neq -1,\ k \neq 0$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C,\ x > 0 \qquad \int \frac{k}{x} dx = k \cdot \ln x + C,\ x > 0, \quad k \neq 0$$

$$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ a > 0 \qquad \int k a^{nx}\, dx = k \cdot \frac{a^{nx}}{n \ln a} + C,\ a > 0, \quad k \neq 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M\left(\frac{x_2 + x_1}{2}; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \tan\theta = m$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In ΔABC: $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

oppervlakte van $\Delta\ ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \qquad 1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

$\pi rad = 180°$

Hoeksnelheid = $\omega = 2\pi n$ waar n = rotasiefrekwensie

Hoeksnelheid = $\omega = 360° n$ waar n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid = $v = \pi D n$ waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid = $v = \omega r$ waar r = radius en ω = hoeksnelheid

Booglengte $= s = r\theta$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

Area van 'n sektor $= \frac{rs}{2}$ waar r = radius, s = booglengte

Area van 'n sektor $= \frac{r^2\theta}{2}$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)$ waar a = wydte van gelyke dele, $m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2}$
$O_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

OF

$A_T = a\left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \ldots + o_{n-1}\right)$ waar a = wydte van gelyke dele,
$O_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate