Province of the EASTERN CAPE EDUCATION

NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT

GRAAD 12

JUNIE 2024

WISKUNDE V1

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, insluitend 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Jy mag ŉ goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbare en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $x^2 - 8(x-2) = 25$ (3)

1.1.2 $-3x^2 + 2x + 2 = 0$ (korrek tot TWEE desimale syfers) (3)

1.1.3 $(x+3)(5-x) \leq 0$ (3)

1.1.4 Gegee: $\frac{x+3}{\sqrt{x+5}} = 1; x \in \mathbb{R}$

(a) Vir watter waarde(s) van x sal $\frac{x+3}{\sqrt{x+5}}$ ongedefinieërd wees? (2)

(b) Los op vir x. (4)

1.2 Los gelyktydig vir x en y op:

$y + 2x = 5$

$2x^2 - xy - 4y^2 = 8$ (6)

1.3 Gegee dat: $M = \frac{108}{x^2 - 4x + 8}; x \in \mathbb{R}$, bepaal die maksimum-waarde van M. (4)

[25]

VRAAG 2

2.1 Die volgende rekenkundige ry word gegee: $2; -3; -8; \ldots$

2.1.1 Bepaal die waarde van T_{43}. (3)

2.1.2 Bereken die som van die eerste 43 terme van die ry, d.w.s. S_{43}. (2)

2.1.3 Bereken die waarde van n waarvoor $T_n = -2023$. (3)

2.2 Gegee: $2(3x-1) + 2(3x-1)^2 + \ldots$

2.2.1 Vir watter waardes van x is die bostaande reeks 'n konvergente meetkundige reeks? (3)

2.2.2 Bereken $\sum_{k=1}^{\infty} 2(3x-1)^k$; as $x = \frac{1}{2}$ (3)

2.3 Die eerste drie terme van 'n meetkundige ry het 'n som van 21 en hulle produk is 64. Bepaal die waarde van die eerste term, as die gemene verhouding 'n heelgetal is, d.w.s. $r \in \mathbb{Z}$. (4)

[18]

VRAAG 3

Beskou die volgende kwadratiese getalpatroon: $3 \; ; \; 12 \; ; \; 33 \; ; \; . \; . \; .$

3.1 Skryf die volgende term in die kwadratiese getalpatroon neer. (1)

3.2 Bepaal die algemene term van die kwadratiese getalpatroon in die vorm $T_n = an^2 + bn + c$. (3)

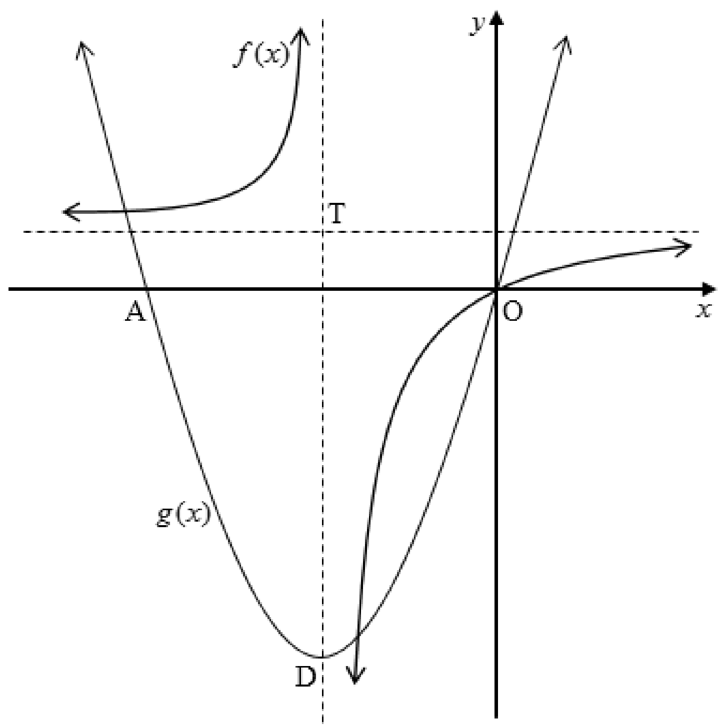
3.3 Watter TWEE terme in die kwadratiese getalpatroon sal 'n verskil van 345 hê? (3)

[7]

VRAAG 4

Die diagram hieronder toon die grafieke van $f(x)=\dfrac{2}{x+2}+1$ en $g(x)=a(x+2)^2-8$.

Beide grafieke gaan deur die oorsprong, O. Die vertikale asimptoot van f gaan deur D, die draaipunt van g. Die asimptote van f sny by T. A is die ander x-afsnit van g.



4.1 Skryf die koördinate van D, die draaipunt van g neer. (1)

4.2 Skryf die vergelykings van die asimptote van f neer. (2)

4.3 Bepaal:

4.3.1 Die waarde van a (2)

4.3.2 Die lengte van OA (3)

4.3.3 Die terrein van f (1)

4.3.4 Die vergelyking van die simmetrie-as van f, met 'n negatiewe gradiënt. (2)

4.4 Vir watter waardes van x sal:

4.4.1 $g(x)<0$? (2)

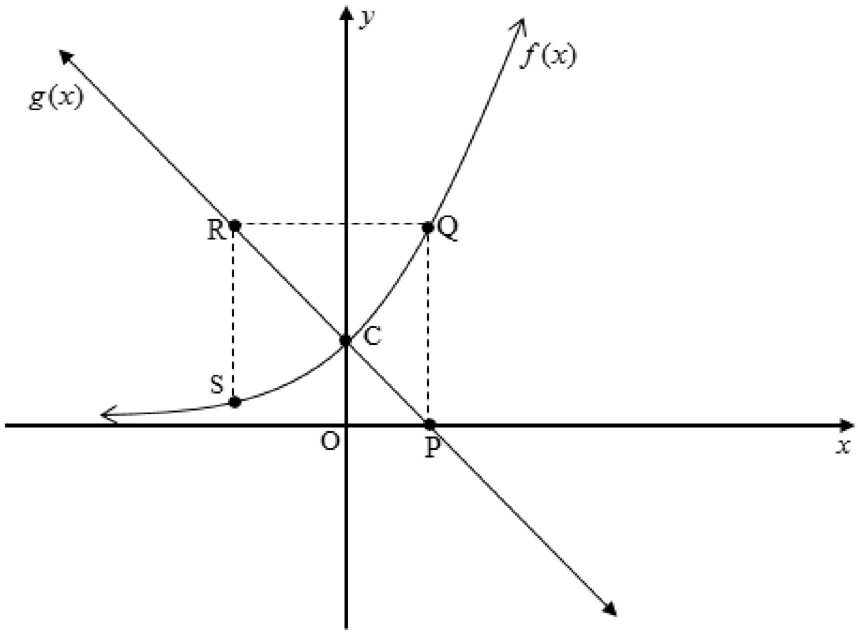
4.4.2 $g(x).f(x)\geq 0$? (2)

4.5 Bepaal die waarde(s) van k waarvoor $h(x)=-g(x)+k$ twee ongelyke wortels met dieselfde teken sal hê. (3)

[18]

VRAAG 5

In die diagram hieronder, word die grafieke van $f(x) = 3^x$ en $g(x) = -x + 1$ gegee.



5.1 Skryf die koördinate van C neer. (1)

5.2 Skryf die terrein van $f(x)$ neer. (1)

5.3 Bepaal die vergelyking van of $f^{-1}(x)$, in die vorm $y = ...$ (2)

5.4 Vir watter waardes van x is $f^{-1}(x) < -1$? (2)

5.5 As PQ || SR || *y-as* en QR ∥ *x-as*, bepaal die koördinate van S. (4)

5.6 Beskryf die translasie(s) van $f(x)$ na $p(x) = 3(3^x) - 2$ (2)

[12]

VRAAG 6

6.1 Die aankoopprys van masjiene wat 5 jaar gelede deur ’n maatskappy gekoop is, was R80 000. Gebruik die verminderde-saldo metode en bereken die jaarlikse koers van waardevermindering indien die huidige boekwaarde van die masjiene R20 000 is. (3)

6.2 Bereken die effektiewe rentekoers per jaar van ’n belegging wat rente teen 8,5% p.j. kwartaalliks saamgestel verdien. (3)

6.3 ’n Ouer het ’n aanvanklike/eerste deposito van R x in ’n studie-beleggingsrekening gemaak. Drie jaar later is ’n verdere bedrag van R15 000 in die rekening gedeponeer. Vyf jaar na die aanvanklike/eerste deposito gemaak was, is R7 000 uit die rekening onttrek. Die rentekoers vir die eerste vyf jaar was 11% p.j. maandeliks saamgestel. Daarna het die rentekoers verander na 12% p.j. halfjaarliks saamgestel.

6.3.1 Bereken, in terme van x, hoeveel geld in die rekening was 3 jaar na die aanvanklike/eerste deposito gemaak was. (Die antwoord moet nie die tweede deposito insluit nie.) (2)

6.3.2 Indien die belegging na 8 jaar R90 132,56 werd was, bereken die waarde van die aanvanklike/eerste bedrag wat gedeponeer was, d.w.s die waarde van x. (5)

[13]

VRAAG 7

7.1 Bepaal $f^{/}(x)$, vanuit eerste beginsels, as $f(x)=\frac{1}{2}x^2$. (4)

7.2 Bepaal:

7.2.1 $f^{/}(x)$, as $f(x)=\frac{1}{5}x^5-6x^{-2}$ (2)

7.2.2 $\frac{d}{dx}\left(x+\sqrt{x}\right)^2$ (4)

[10]

VRAAG 8

8.1 Gegee: $f(x) = -x^3 + 12x - 16$

8.1.1 Toon aan dat $(x-2)$ 'n faktor van $f(x)$ is. (2)

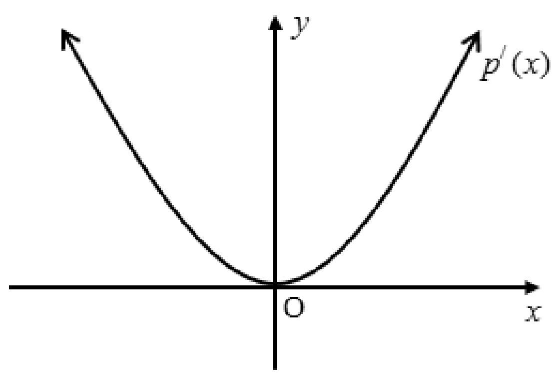
8.1.2 Bepaal die x-afsnitte van f. (3)

8.1.3 Bepaal die koördinate van die draaipunte van f. (4)

8.1.4 Skets die grafiek van f, toon die draaipunte en die afsnitte met die asse duidelik aan. (3)

8.1.5 Bepaal die vergelyking van die raaklyn by die infleksiepunt/buigpunt. (4)

8.2 'n Sketsgrafiek van $p^{/}(x)$ word hieronder gegee.



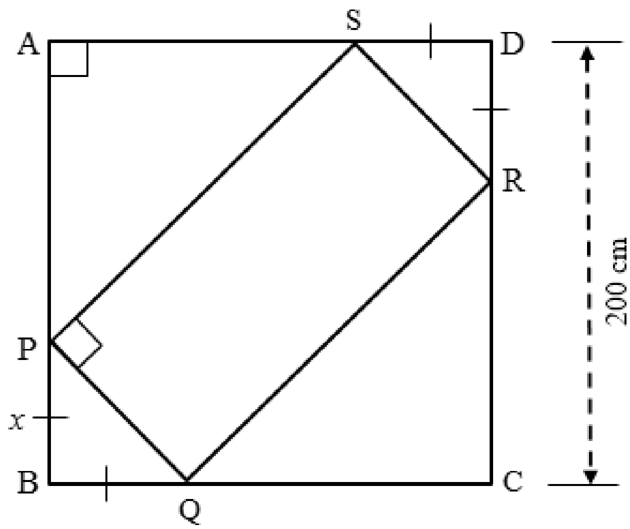
8.2.1 Vir watter waardes van x is die grafiek van $p(x)$ stygend? (2)

8.2.2 Vir watter waardes van x is die grafiek van $p(x)$ konkaaf op? (2)

[20]

VRAAG 9

In die diagram hieronder, is ABCD ’n vierkant met sylengte CD = 200 cm. PQRS is ’n reghoek met hoekpunte op die sye van die vierkant. PB = BQ = SD = DR = x cm.



9.1 Toon aan dat die oppervlakte van die reghoek gegee word deur,
$A = 2\left(200x - x^2\right)$. (3)

9.2 Bepaal die waarde van x waarvoor die oppervlakte van die reghoek ’n maksimum sal wees. (3)

9.3 Wat is die verhouding van die maksimum oppervlakte van PQRS : oppervlakte van ABCD? (3)

[9]

VRAAG 10

10.1 Gebeurtenisse A en B is onafhanklike gebeurtenisse. Dit word verder gegee dat:

- P(A) = 0,6
- P(B) = 0,5

10.1.1 Is die gebeurtenisse onderling uitsluitend? Motiveer jou antwoord. (2)

10.1.2 Stel die inligting op 'n Venn-diagram voor. (3)

10.1.3 Bereken:

(a) P(slegs A) (1)

(b) P(nie A of nie B) (2)

10.2 Die gebeurlikheidstabel hieronder stel die terugvoering van 'n 100 leerders met betrekking tot kampering voor.

	Seuns	**Dogters**	**Totaal**
Hou van Kamp	24	30	54
Hou nie van Kamp nie	14	32	46
Totaal	38	62	100

10.2.1 Indien 'n leerder van hierdie groep blindelings gekies word, wat is die waarskynlikheid dat dit 'n dogter is? (1)

10.2.2 Is die gebeurtenis "hou van kamp" onafhanklik van die geslag? (4)

10.3 Daar is slegs rooiballe en groenballe in 'n sak. 'n Bal word blindelings uit die sak gehaal. Die waarskynlikheid dat dit 'n groenbal is, is $\frac{3}{7}$. Die bal word terug in die sak geplaas. 2 ekstra rooiballe en 3 ekstra groenballe word in die sak geplaas. Daarna word 'n bal blindelings uit die sak gehaal en die waarskynlikheid dat die bal groen is, is $\frac{6}{13}$.

Bepaal hoeveel van elke kleur bal oorspronklik in die sak was. (5)

[18]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD : WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad$ $A = P(1-ni)$ $\quad$ $A = P(1-i)^n$ $\quad$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad$ $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$; $\quad r \neq 1$ $\quad$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC:

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad$ $area\,\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$ $\quad$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad$ $\partial^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$ $\quad$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$