basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

TEGNIESE WISKUNDE V2

NOVEMBER 2023

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 16 bladsye en 'n 2 bladsy-inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.

5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

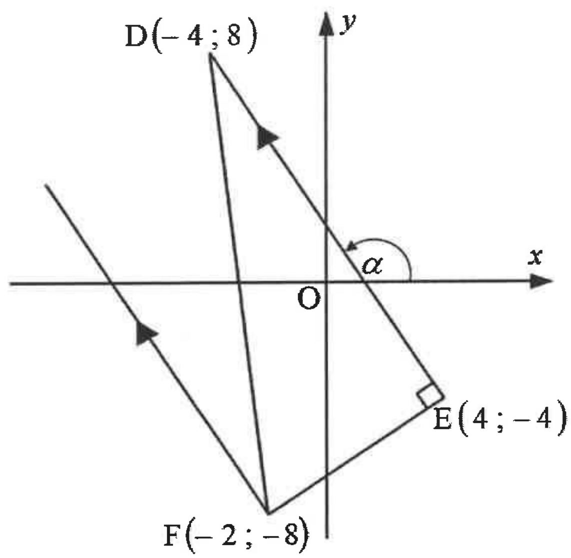
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die diagram hieronder toon Δ DEF met hoekpunte $D(-4;8)$, $E(4;-4)$ en $F(-2;-8)$.
Die inklinasiehoek van DE met die positiewe x-as is α.

$\hat{E} = 90°$



1.1 Bepaal die gradiënt van DE. (2)

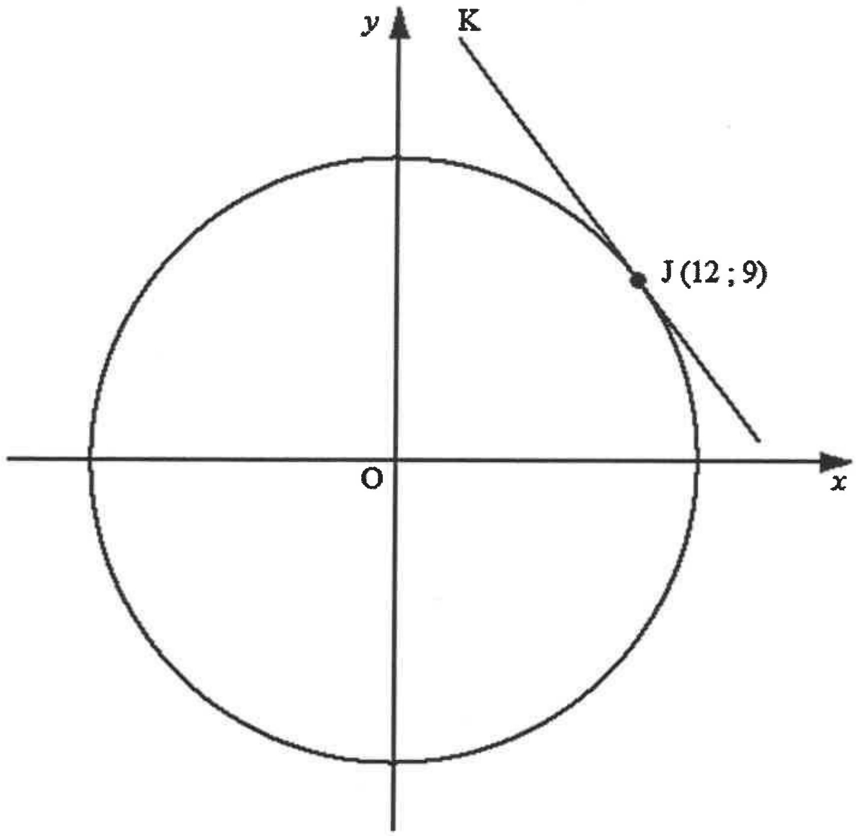
1.2 Bepaal die grootte van die hoek α. (3)

1.3 Bepaal of die lyn wat ewewydig is aan DE, wat deur F gaan, ook deur punt $(-10;5)$ gaan. (4)

1.4 Bereken die oppervlakte van Δ DEF. (5)
[14]

VRAAG 2

2.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel.
JK is 'n raaklyn aan die sirkel by punt $J(12\ ;\ 9)$.



2.1.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel wat deur J gaan. (2)

2.1.2 Voltooi die volgende:

$m_{OJ} \times m_{JK} = \ldots$ (1)

2.1.3 Bepaal die vergelyking van JK in die vorm $y = \ldots$ (4)

2.2 Gegee: $\dfrac{x^2}{11} + \dfrac{y^2}{64} = 1$

2.2.1 Druk die vergelyking in die vorm $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ uit. (1)

2.2.2 Skets vervolgens die grafiek gedefinieer deur $\dfrac{x^2}{11} + \dfrac{y^2}{64} = 1$ (2)

[10]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $x = 152,4°$ en $y = 24,8°$

Bepaal die volgende:

3.1.1 $\sin(x - y)$ (2)

3.1.2 $\frac{1}{2}\sec\left(\frac{x}{2} + 80°\right)$ (2)

3.2 Gegee: $\sin\beta = -\frac{4}{5}$ en $\beta \in (90° ; 270°)$

Bepaal die volgende **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

3.2.1 $\operatorname{cosec}\beta$ (1)

3.2.2 $\tan\beta + \cos\beta$ (5)

3.3 Bepaal die waarde(s) van x as $\cos x = -\sin 56,7°$ en $x \in (0° ; 360°)$ (4)

[14]

VRAAG 4

4.1 Voltooi die volgende:

4.1.1 $\operatorname{cosec} A = \frac{\ldots}{\ldots}$ (1)

4.1.2 $\cos(2\pi + A) = \ldots$ (1)

4.1.3 $\operatorname{cosec}(180° + A) = \ldots$ (1)

4.2 Vereenvoudig die volgende:

$\sin(180° + A)\cdot\cot(360° - A)\cdot\cos(2\pi - A) + \sin^2(360° - A)$ (7)

4.3 Gegee: $\frac{\operatorname{cosec} x - \operatorname{cosec} x \cdot \sec x}{\sec x - (\tan^2 x + 1)} = \cot x$

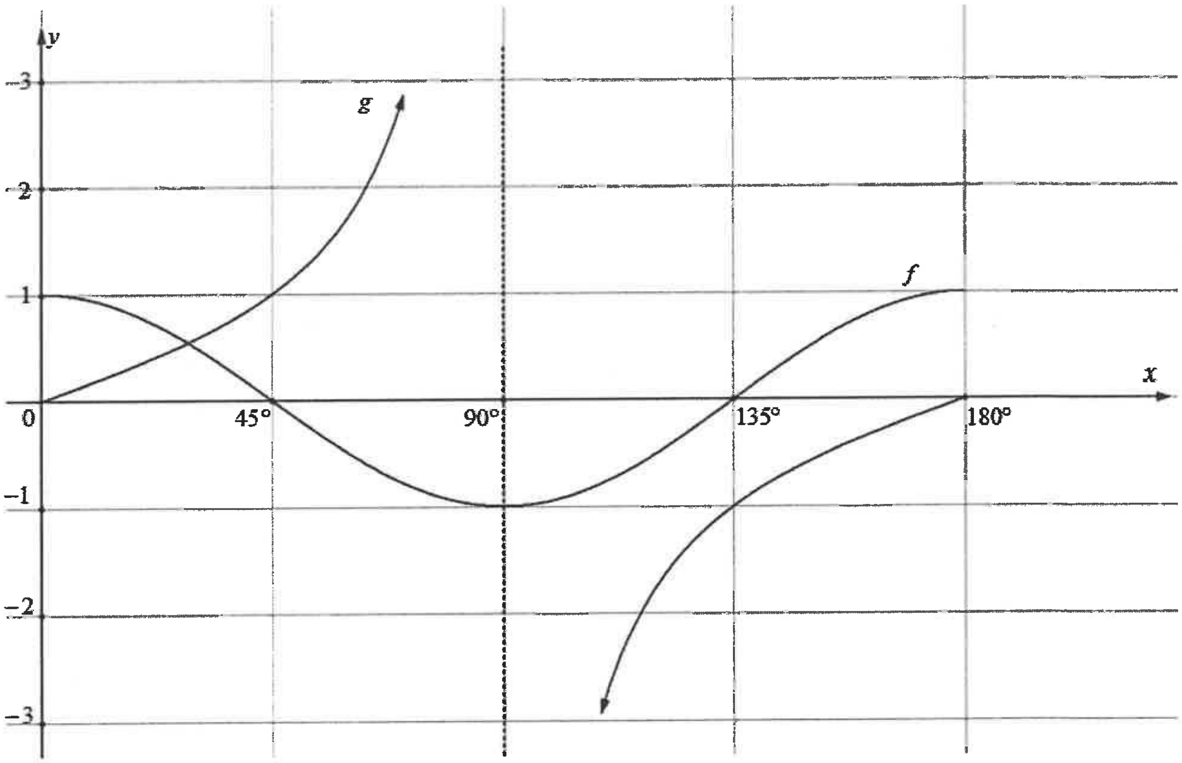
4.3.1 Faktoriseer: $\sec x - \sec^2 x$ (1)

4.3.2 Bewys vervolgens die identiteit: $\frac{\operatorname{cosec} x - \operatorname{cosec} x \cdot \sec x}{\sec x - (\tan^2 x + 1)} = \cot x$ (4)

[15]

VRAAG 5

Die grafieke hieronder verteenwoordig die funksies gedefinieer deur $f(x) = \cos ax$ en $g(x) = \tan x$ vir $x \in [0°\,;180°]$



Gebruik die grafieke hierbo om die volgende te beantwoord:

5.1 Skryf neer:

5.1.1 Die waarde van a (1)

5.1.2 Die periode van g (1)

5.1.3 Die waarde van x waarvoor $-\tan x + 1 = 0$ (2)

5.1.4 Die waardeversameling van g (1)

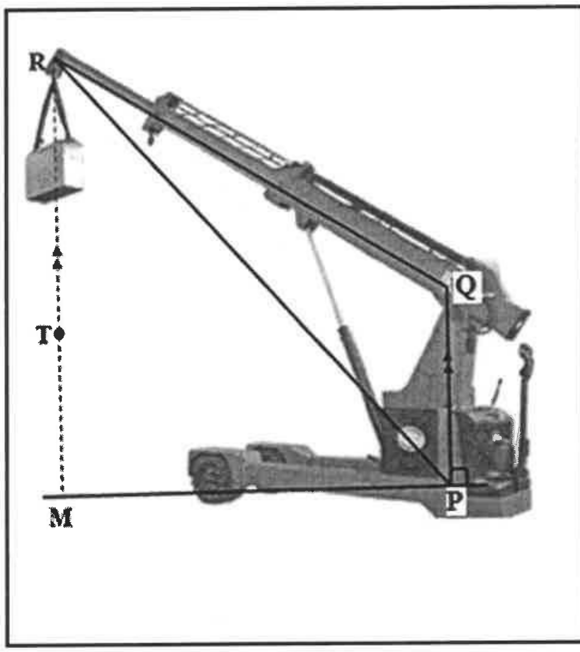
5.1.5 Die waarde(s) van x waarvoor $f(x) < 0$ (2)

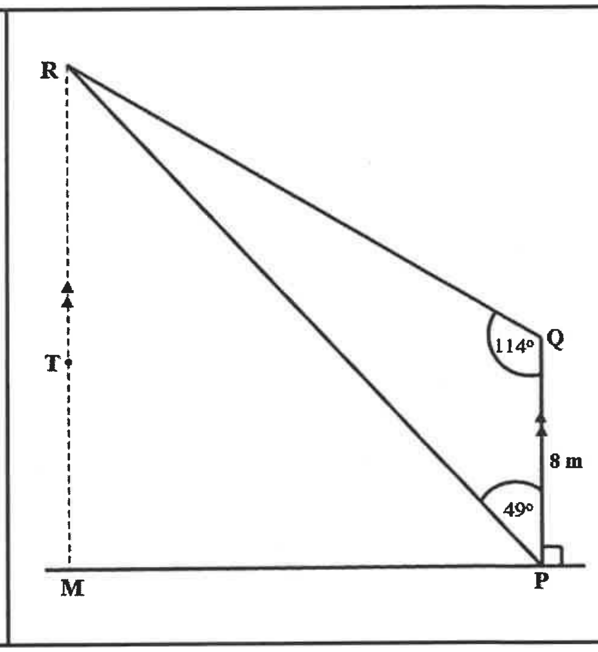
5.2 Bepaal $g(180°) - f(180°)$ (2)

5.3 Skryf die waarde(s) van x neer waarvoor f dalend is. (2)
[11]

VRAAG 6

Die prent en die diagram hieronder toon 'n hyskraan PQR wat 'n boks vanaf punt M tot punt R optel.
PQ en MR is loodreg op die grondvlak, MP, sodanig dat PQRM in dieselfde vertikale vlak lê.
T is 'n punt op MR.
PQ = 8 m; $P\hat{Q}R = 114°$ en $Q\hat{P}R = 49°$





6.1 Bepaal die lengte van PR. (4)

6.2 Skryf die grootte van $R\hat{P}M$ neer. (1)

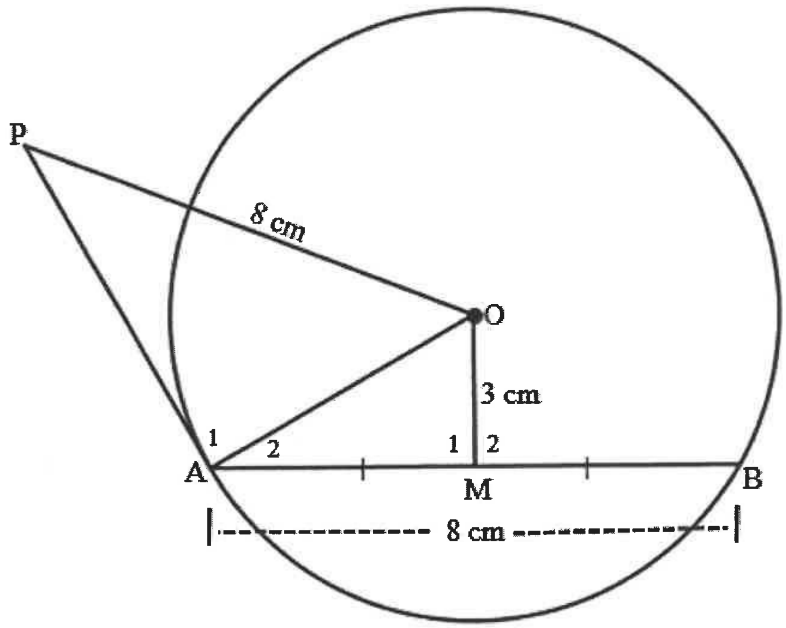
6.3 Voltooi die volgende verhouding met betrekking tot ΔRPM: $\sin R\hat{P}M = \frac{\ldots}{\ldots}$ (1)

6.4 As TR = 5 m, bepaal MT. (3)
[9]

Gee redes vir jou bewerings in VRAAG 7, 8 en 9.

VRAAG 7

In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel.
M is die middelpunt van koord AB en OM = 3 cm
AP is 'n raaklyn aan die sirkel by A.
AB = OP = 8 cm



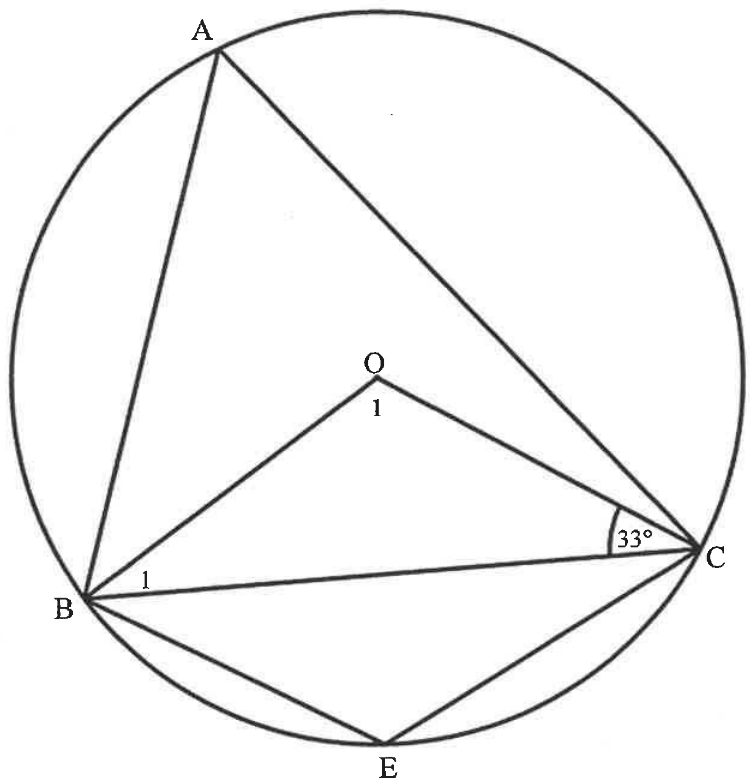
7.1 Skryf neer, met 'n rede, die grootte van $\hat{M}_1$. (2)

7.2 Gee 'n rede waarom $\hat{A}_1 = 90°$ (1)

7.3 Bepaal die lengte van AP. (3)
[6]

VRAAG 8

8.1 In die diagram hieronder is A, B, E en C punte op die sirkel met middelpunt O.
$O\hat{C}B = 33°$



Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

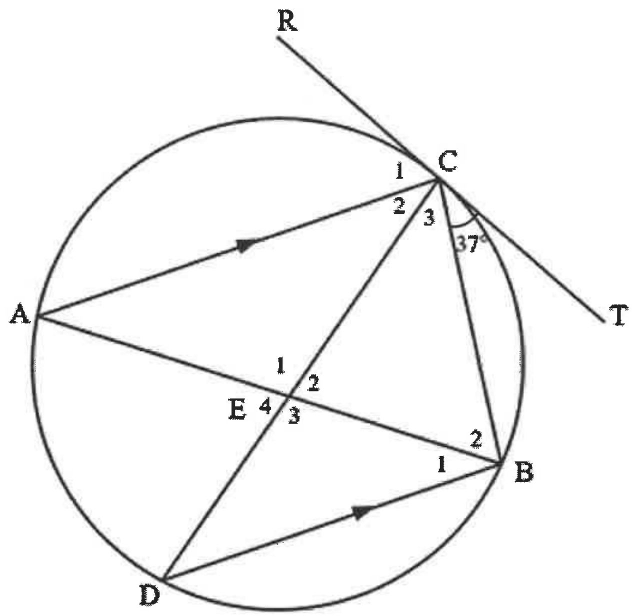
8.1.1 $\hat{B}_1$ (2)

8.1.2 $\hat{O}_1$ (2)

8.1.3 $\hat{E}$ (4)

8.2 In die diagram hieronder is RT 'n raaklyn aan die sirkel ADBC by punt C sodanig dat $T\hat{C}B = 37°$

AC || DB

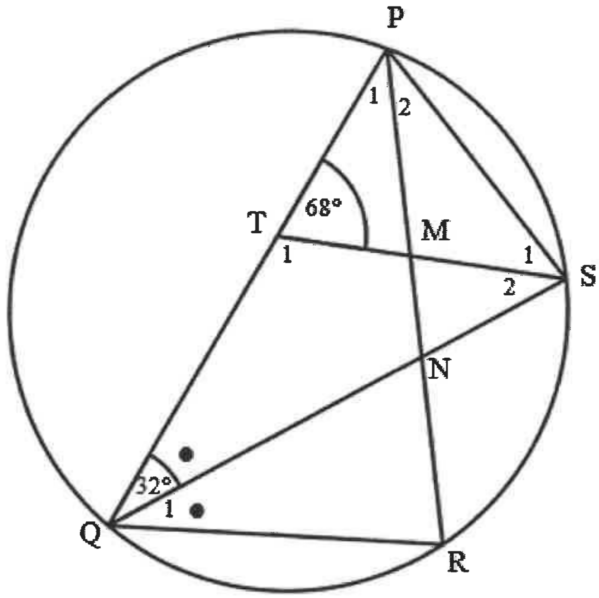


8.2.1 Skryf neer, met redes, VIER ander hoeke gelyk aan 37°. (6)

8.2.2 Toon vervolgens dat Δ AEC ||| Δ BED (2)

8.2.3 Voltooi vervolgens die bewering AE × ED = …× … (2)

8.3 In die diagram hieronder is R, Q, P en S punte op die sirkel.
T is 'n punt op PQ.
$S\hat{Q}P = 32°$ en $S\hat{T}P = 68°$
SQ halveer $\hat{Q}$.
PS = ST



8.3.1 Skryf die grootte van die volgende hoeke neer:

(a) $\hat{Q}_1$ (1)

(b) $\hat{P}_2$ (2)

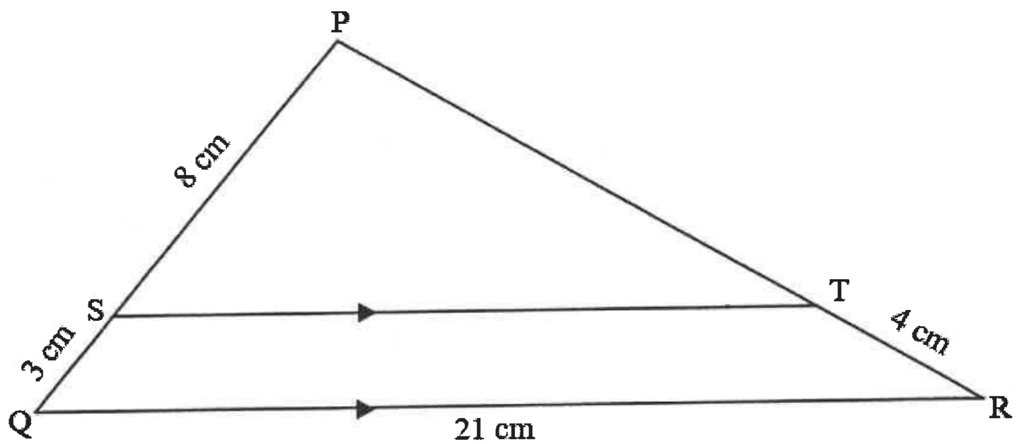
8.3.2 Toon vervolgens dat $\hat{P}_1 = \hat{S}_2$ (5)

[26]

VRAAG 9

Die diagram hieronder toon ΔPQR met $ST \parallel QR$.

$PS = 8$ cm, $SQ = 3$ cm, $RT = 4$ cm en $QR = 21$ cm.



9.1 Gee die korrekte rede vir die bewering: $\frac{PT}{TR} = \frac{PS}{SQ}$ (...) (1)

9.2 Bereken vervolgens die lengte van PT. (2)

9.3 Voltooi die bewering en gee die korrekte rede:

$$\frac{ST}{QR} = \frac{PS}{...} \quad (...)$$ (2)

9.4 Bereken vervolgens die lengte van ST. (2)
[7]

VRAAG 10

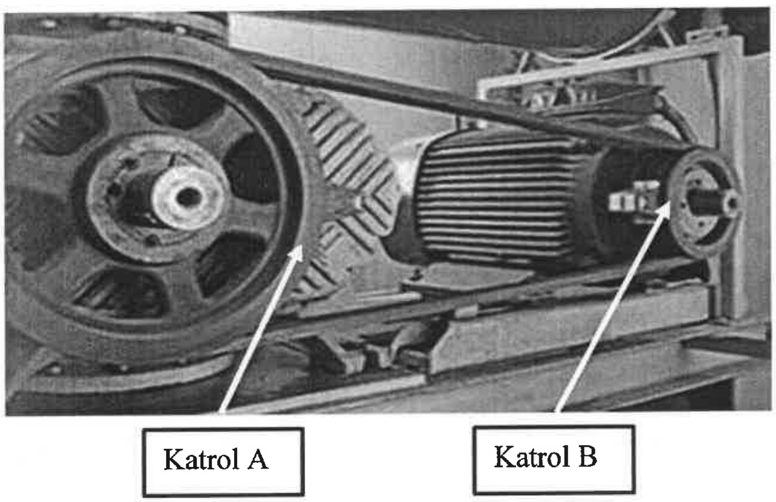
10.1 Die prentjie en die diagram hieronder toon twee sirkelvormige katrolle, A en B, wat verbind is met 'n band wat antikloksgewys beweeg.

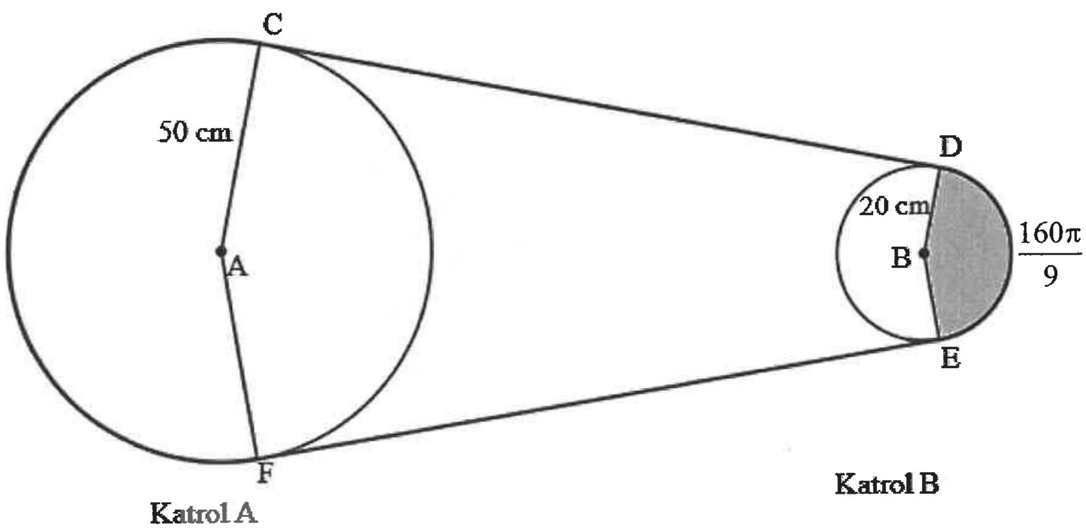
Katrol A het 'n radius van 50 cm en katrol B het 'n radius van 20 cm.

Die band bedek $\frac{5}{9}$ van die booglengte van katrol A.

Die band vorm raaklyne aan die katrolle by punte C, D, E en F.

Die booglengte van DE $= \frac{160\pi}{9}$ cm.





10.1.1 Toon dat refleks $C\hat{A}F = 200°$ (1)

10.1.2 Herlei refleks $C\hat{A}F = 200°$ na radiale. (1)

10.1.3 Bepaal vervolgens die lengte van grootboog CF. (3)

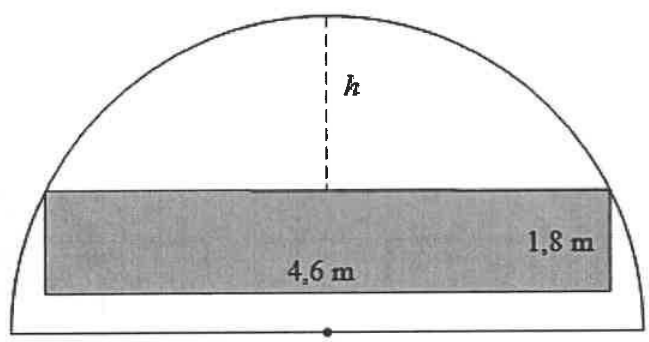
10.1.4 Katrol A roteer teen 500 revolusies per minuut (r/min).

(a) Bereken die omtreksnelheid (cm/min) van 'n deeltjie op die band by punt F. (3)

(b) Bereken vervolgens, in revolusies per sekonde, die rotasiefrekwensie van katrol B. (4)

10.1.5 Bepaal die oppervlakte van die gearseerde kleiner sektor DBE. (3)

10.2 'n Reghoekige advertensiebord met 'n lengte van 4,6 meter en 'n breedte van 1,8 meter sal teen die halfsirkelvormige muur geplaas word, soos in die diagram hieronder getoon. Die hoogte h vanaf die boonste gedeelte van die reghoekige bord tot by die boonste gedeelte van die halfsirkelvormige muur is 0,72 meter langer as die breedte van die reghoekige advertensiebord.



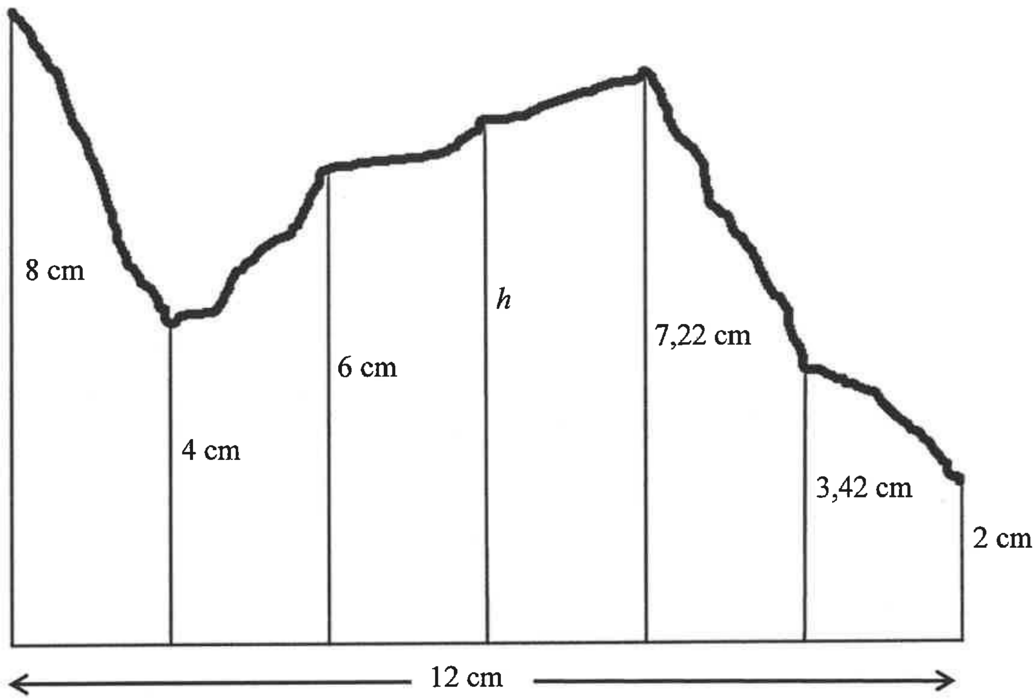
10.2.1 Bepaal die waarde van hoogte h. (1)

10.2.2 Bereken vervolgens die lengte van die middellyn van die halfsirkelvormige muur. (4)

[20]

VRAAG 11

11.1 Die onreëlmatige figuur hieronder het 'n horisontale reguit sy, 12 cm lank, wat in 6 gelyke dele verdeel word.
Die ordinate wat die dele verdeel, is 8 cm, 4 cm, 6 cm, h, 7,22 cm, 3,42 cm en 2 cm.
Die lengte van h is die gemiddelde van die derde en vyfde ordinate.



11.1.1 Skryf die wydte van elk van die gelyke dele neer. (1)

11.1.2 Bepaal die waarde van h. (2)

11.1.3 Bereken vervolgens die oppervlakte van die onreëlmatige figuur deur die middelordinaatreël te gebruik. (3)

11.2 Die prentjies hieronder toon sferiese sokkerballe. Prent A verteenwoordig bal A met radius = 11 cm en prent B verteenwoordig 'n kleiner bal B met radius = x cm.

Sokkerbal A met radius $r = 11$ cm

Prent A

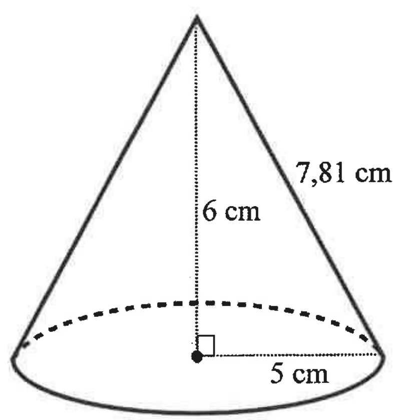
Sokkerbal B met radius $r = x$ cm

Prent B

Bereken x, die radius van bal B, as die volume van bal B die helfte van die volume van bal A is.

Die volume van 'n sfeer word gegee deur $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (5)

11.3 Die diagram hieronder toon 'n geslote keël. Die radius van die keël is 5 cm. Dit het 'n hoogte van 6 cm en 'n skuinshoogte (l) van 7,81 cm.



11.3.1 Bereken die buite-oppervlakte van die keël, waar:
Buite-oppervlakte $= \pi r^2 + \pi r l$ (2)

11.3.2 Die radius van die keël word met 20% vermeerder en die hoogte van die keël word met 10% verminder.

Bepaal of die nuwe buite-oppervlakte groter is as die buite-oppervlakte van die oorspronklike keël. (5)

[18]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\qquad x = -\frac{b}{2a}$ $\qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1$ en $b > 0$

$A = P(1 + ni)$ $\qquad A = P(1 - ni)$ $\qquad A = P(1 + i)^n$ $\qquad A = P(1 - i)^n$

$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ , \ n \neq -1$ $\qquad \int k x^n \, dx = k . \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \ , \ n \neq -1$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \ x > 0$ $\qquad \int \frac{k}{x} dx = k . \ln x + C, \ x > 0$

$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \ , \ a > 0$ $\qquad \int k a^{nx} \, dx = k . \frac{a^{nx}}{n \ln a} + C \ , \ a > 0$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\qquad M\left(\frac{x_2 + x_1}{2} ; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\qquad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad \tan \theta = m$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

Oppervlakte van Δ ABC $= \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ $\qquad 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ $\qquad 1 + \cot^2 \theta = \text{cosec}^2 \theta$

$\pi \, rad = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n$ waar n = rotasiefrekwensie

Hoeksnelheid $= \omega = 360° n$ waar n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi D n$ waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \omega r$ waar ω = hoeksnelheid en r = radius

Booglengte $= s = r\theta$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

Oppervlakte van 'n sektor $= \frac{rs}{2}$ waar r = radius, s = booglengte

Oppervlakte van 'n sektor $= \frac{r^2\theta}{2}$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)$ waar $a =$ wydte van gelyke dele, $m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2}$
$o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

OF

$A_T = a\left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + \ldots + o_{n-1}\right)$ waar $a =$ wydte van gelyke dele, $o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate