GAUTENG PROVINCE
EDUCATION
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

VOORBEREIDENDE EKSAMEN

2023

11092

TEGNIESE WISKUNDE

(VRAESTEL 2)

TYD: 3 uur

PUNTE: 150

TEGNIESE WISKUNDE: Vraestel 2

11092A

X05

13 bladsye + 'n 2 bladsye-inligtingsblad en 'n 27 bladsy-antwoordboek

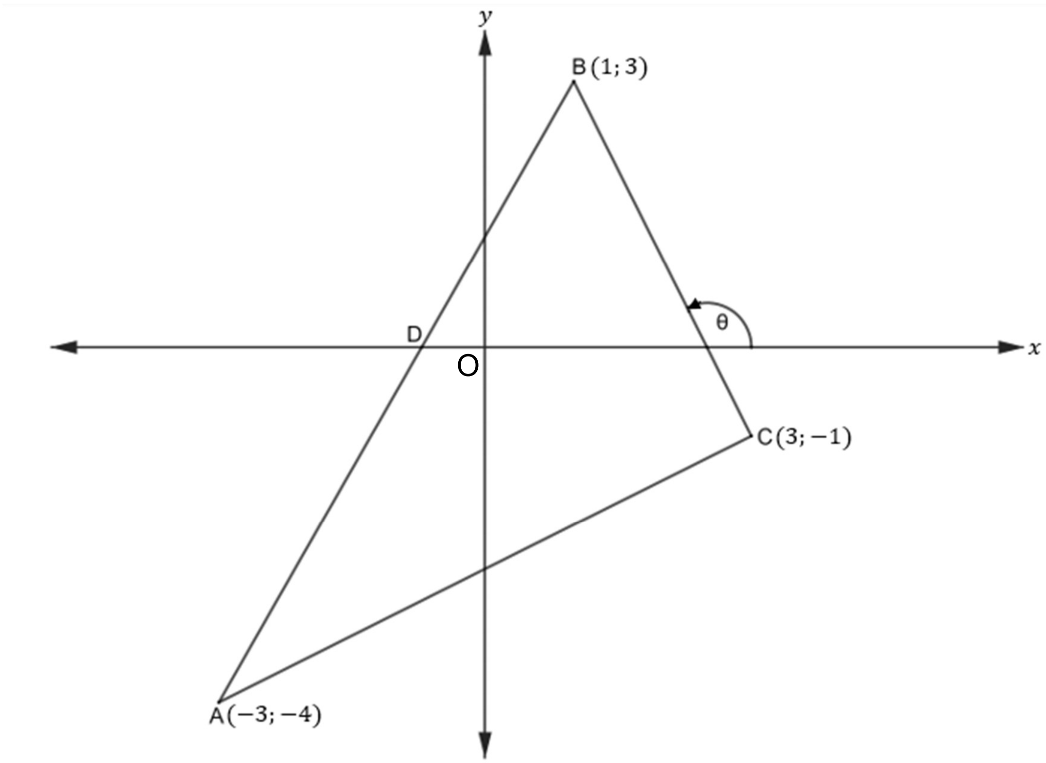
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit TWAALF vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDBOEK wat verskaf word.
3. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
5. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
6. Jy mag ŉ goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die diagram hieronder toon ΔABC met hoekpunte A(–3; –4); B(1; 3) en C(3; –1). Lyn AB sny die x-as by punt D en θ is die hellingshoek van lyn BC.



1.1 Bereken die lengte van lyn AB. (korrek tot TWEE desimale plekke) (3)

1.2 Bepaal die koördinate van M, die middelpunt van AC. (2)

1.3 Bereken die koördinate van D. (4)

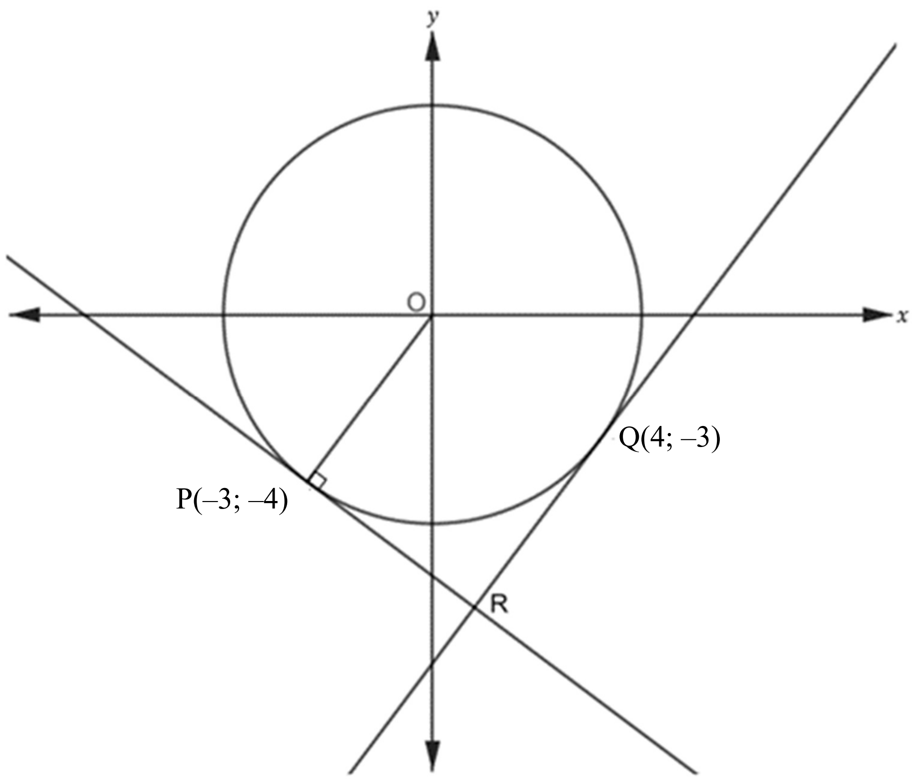
1.4 Bereken die grootte van θ, korrek tot twee desimale plekke, as die helling van BC – 2 is. (2)

1.5 As die vergelyking van die reguitlyn BC gegee word deur $y = -2x + 5$, bereken die moontlike x-koördinate van S, as S 'n punt op BC is en OS = $\sqrt{5}$ eenhede. O is by die oorsprong. (4)

[15]

VRAAG 2

2.1 In die diagram hieronder word punt P(–3; –4) en Q(4; –3) met raaklyn PR en QR vanaf R geskets na die sirkel met middelpunt O(0; 0).



2.1.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel. (2)

2.1.2 Toon aan dat die vergelyking van raaklyn PR $3x + 4y = 25$ is. (3)

2.1.3 Bepaal vervolgens die koördinate van R indien die vergelyking van raaklyn RQ $4x - 3y = 25$ is. (5)

2.2 Skets die grafiek gedefinieer deur:

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$$

Toon duidelik ALLE afsnitte met die asse. (3)

[13]

VRAAG 3

3.1 Gegee: A = 40° en C = 50°. **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, bepaal die waarde van die volgende:

3.1.1 cos (A + C) (1)

3.1.2 $\dfrac{\cos(90° + 2A - C)}{\sin(180° - 3C)}$ (4)

3.2 Indien $\cos 36° = \frac{x}{4}$, bepaal, deur die gebruik maak van 'n toepaslike diagram:

3.2.1 Die waarde van x (2)

3.2.2 Bepaal vervolgens die waarde van die derde sy van die driehoek. (2)

3.3 Bepaal die numeriese waarde van $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**. (2)

[11]

VRAAG 4

4.1 Voltooi die volgende identiteit: $1 - cos^2\beta = \ldots$ (1)

4.2 Vereenvoudig, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die volgende trigonometriese uitdrukking:

$$\frac{\tan(180° - \beta)\,.\,\sin(180° + \beta)}{sec\beta} + cos^2(360° - \beta)$$ (7)

4.3 Toon dat $cos\theta(1 + tan^2\theta) = sec\theta$ (3)

4.4 Bepaal die waarde(s) van x as $2\tan(x + 10°) = 3{,}464$ en $x \in [0°\,;\ 360°]$. (4)

[15]

VRAAG 5

Gegee: $f(x) = sin2x$ en $g(x) = -2cosx$ vir $0° \leq x \leq 360°$.

5.1 Teken 'n sketsgrafiek van f en g op dieselfde assestelsel op die rooster wat in die ANTWOORDBOEK verskaf word. Dui duidelik AL die draaipunte, eindpunte en afsnitte met die asse aan. (6)

5.2 Skryf neer die periode van f. (1)

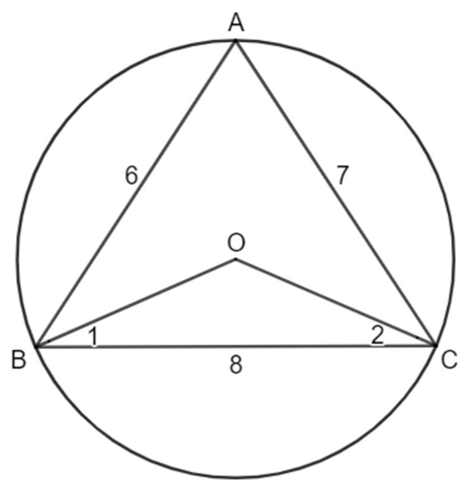
5.3 Gebruik die grafiek in VRAAG 5.1 en bereken die waarde(s) van x waarvoor $sin2x + 2cosx = 0$. (2)

5.4 Skryf die waardeversameling van g neer. (2)

[11]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel. AB = 6 eenhede, AC = 7 eenhede en BC = 8 eenhede.



6.1 Toon, deur gebruik te maak van toepaslike berekeninge, dat $B\hat{A}C = 75{,}5°$. (4)

6.2 Bepaal, met 'n rede, die grootte van $B\hat{O}C$. (2)

6.3 Bereken die deursnee van die sirkel. (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

6.4 Bereken die oppervlakte van ΔBOC. (korrek tot EEN desimale plek) (2)

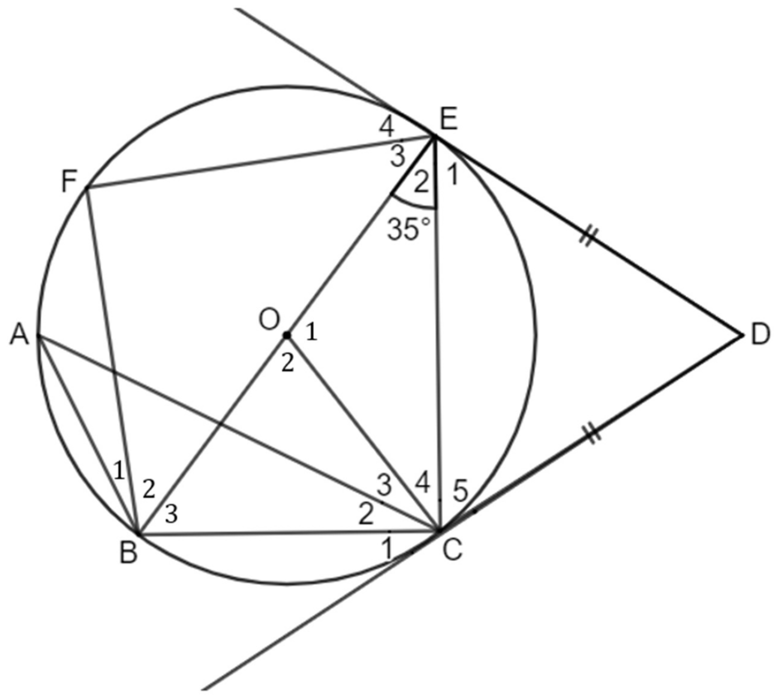
[12]

VRAAG 7

7.1 Voltooi die volgende stelling:

Die hoek wat gevorm word tussen die raaklyn aan ŉ sirkel en ŉ koord wat vanuit die raakpunt getrek word, is gelyk aan … (1)

7.2 In die diagram hieronder is A, B, C, E en F punte op die omtrek van die sirkel met middelpunt O. Raaklyne ED en CD word geskets waar hul onderskeidelik deur E en C gaan en albei ontmoet by punt D. $O\hat{E}C = 35°$.



7.2.1 Waarom is $\hat{C}_5 = \hat{E}_1$? (1)

7.2.2 Bepaal, met redes, drie ander hoeke in die diagram wat gelyk is aan 35°. (3)

7.2.3 Bepaal, met redes, die grootte van $\hat{C}_5$. (3)

7.2.4 Wat is die verwantskap tussen $E\hat{O}C$ en $C\hat{B}O$? (2)

[10]

VRAAG 8

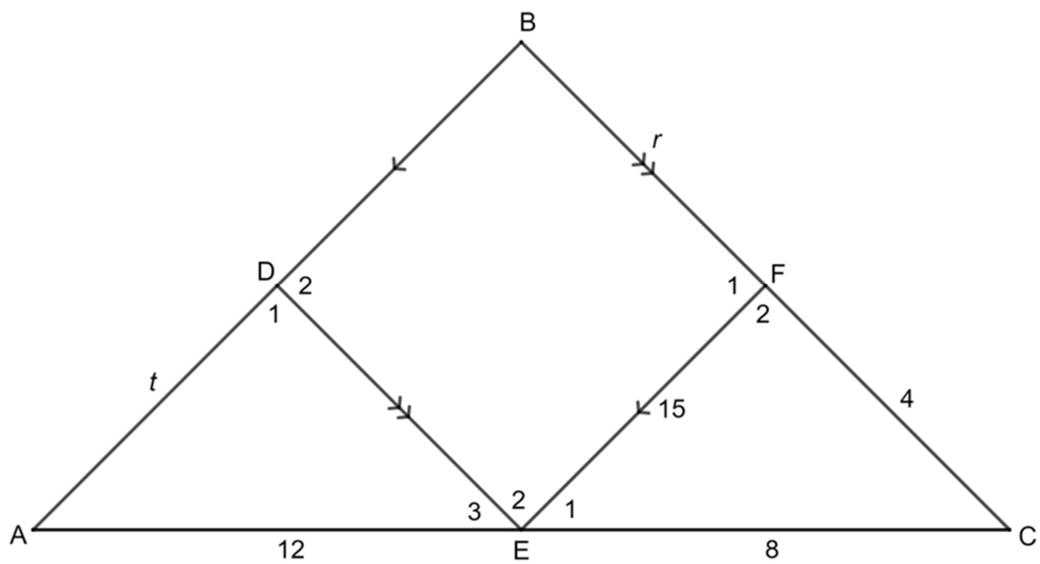
8.1 Voltooi die volgende stelling:

As twee driehoeke gelykhoekig is, is hulle … sye in verhouding (en is die driehoeke dus gelykvormig). (1)

8.2 In ΔABC hieronder, is D, E en F punte op AB, AC en BC onderskeidelik.

DE ∥ BC en EF ∥ AB.

AE = 12 eenhede	EC = 8 eenhede
CF = 4 eenhede	BF = r
DA = t	EF = 15 eenhede



8.2.1 Bereken, met redes, die numeriese waarde van r. (3)

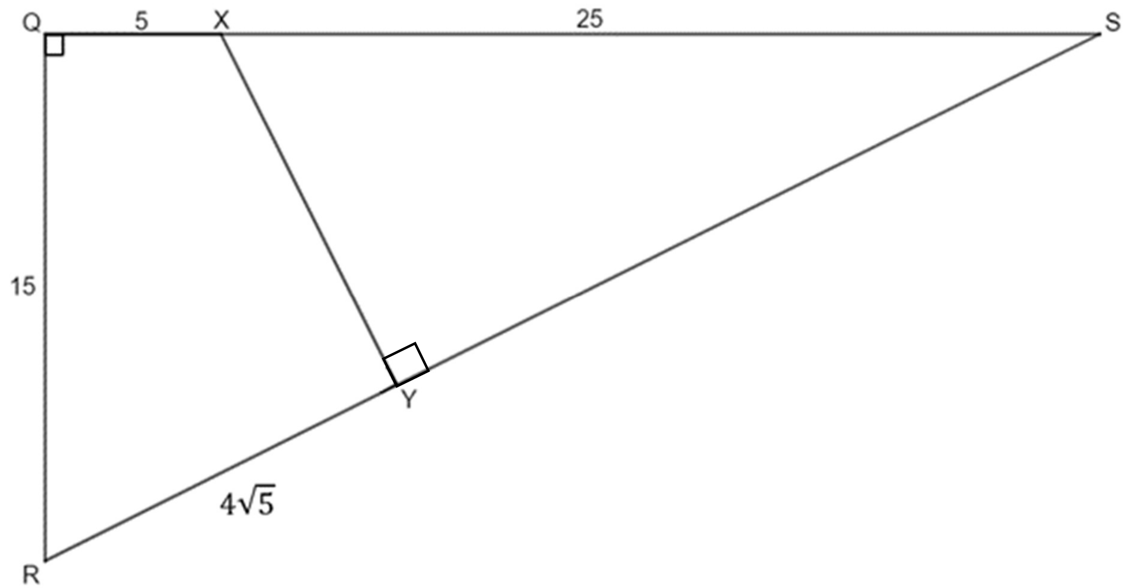
8.2.2 Watter tipe vierhoek is BDEF? Gee ŉ rede vir die antwoord. (2)

8.2.3 Bereken vervolgens, met redes, die numeriese waarde van t. (3)

8.2.4 Toon vervolgens, met behulp van toepaslike berekeninge, dat ΔADE ||| ΔEFC. (4)
[13]

VRAAG 9

In die diagram hieronder is QX = 5 eenhede, XS = 25 eenhede, QR = 15 eenhede en RY = $4\sqrt{5}$ eenhede. $R\hat{Q}S = 90°$ en $X\hat{Y}S = 90°$.



9.1 9.1.1 Bewys dat $\Delta SYX ||| \Delta SQR$. (4)

9.1.2 Voltooi die volgende:

$$\frac{SY}{SX} = \frac{SQ}{...}$$ (1)

9.1.3 Bepaal vervolgens die numeriese waarde van SY. (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

9.2 Indien $XY = 5\sqrt{5}$ eenhede, bepaal die:

9.2.1 $\frac{\text{Oppervlak } \Delta SYX}{\text{Oppervlak } \Delta SQR}$ (3)

9.2.2 Oppervlakte van vierhoek QRYX (3)

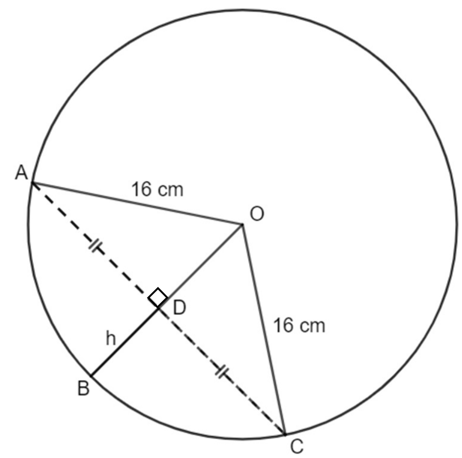
[15]

VRAAG 10

In die prentjie hieronder, aan die linkerkant van die raam, is ŉ sirkelvormige snymasjien wat ŉ lem het wat teen 11 000 omwentelinge per minuut roteer.

Langs die prent is ŉ diagram, nie volgens skaal geteken nie, met sirkel O met ŉ radius van 16 cm en ŉ middelhoek $A\hat{O}C = 120°$.

Punte A, B en C is op die sirkel. Stippellyn AC is ŉ koord wat die sirkel in twee segmente verdeel.



Bereken die volgende:

10.1 Die rotasiefrekwensie van die lem in omwenteling per sekonde (1)

10.2 Die omtreksnelheid van die lem in meter per sekonde (3)

10.3 Die hoeksnelheid van die lem in radiale per sekonde (3)

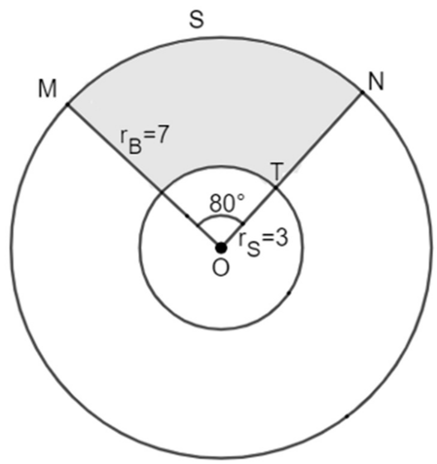
10.4 Die hoogte van die klein segment (3)

10.5 Die lengte van koord AC (3)

[13]

VRAAG 11

Die prentjie hieronder toon ’n stuk vlekvrye staalpyp wat in die uitlaatstelsel van ’n voertuig gebruik word. Hierdie een het ’n 80° buiging. Die diagram aan die regterkant toon die sirkelvorm waar MSN die buiging van die prentjie aan die linkerkant voorstel. In die diagram, radii r_B = 7 cm (OM) en r_S = 3 cm (OT). Hulle verteenwoordig die binne- en buite diameter van die buiging. Punt M en N is op die sirkel met booglengte S en middelpunt O.



11.1 Herlei 80° na radiale. (korrek tot EEN desimale plek) (1)

11.2 Bereken die booglengte S met sentrale hoek 80°. (3)

11.3 Bereken die oppervlakte van die geskakeerde gedeelte van die vlekvrye staalpyp wat deur die prentjie regs voorgestel word. (4)

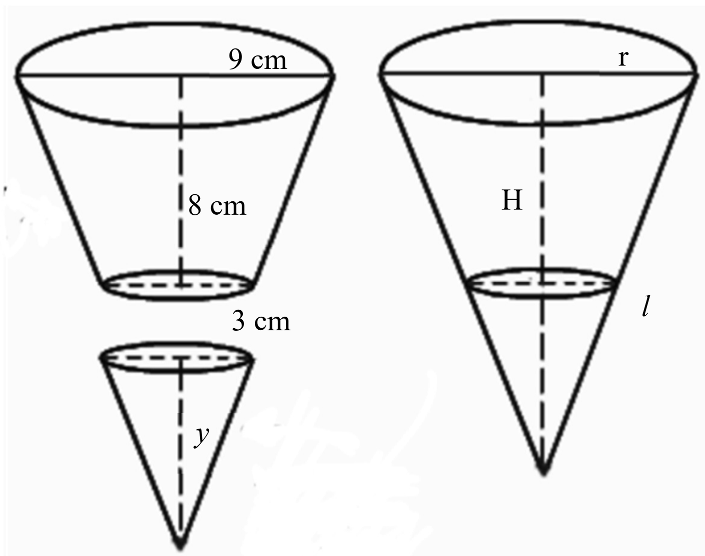
[8]

VRAAG 12

12.1 ŉ Kunsstudent maak ŉ kleibak wat 8 cm hoog is en ŉ radius het van 9 cm aan die bokant en 3 cm by die basis. Om die bak te maak, volg hy die instruksies hieronder wat deur ŉ Graad 11 Tegniese Wiskunde onderwyser aan hom gegee is.

Stap 1: Bou ŉ hol keël met ŉ skuins hoogte van 15 cm en ŉ radius van 9 cm.

Stap 2: Op hoogte y, sny die keël en bou ŉ soliede basis vir die bak met ŉ radius van 3 cm.



Die volgende formule kan gebruik word om hierdie vraag te beantwoord:

Geslote keël

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times H$

TSA $= \frac{1}{2} \times$ omtrek van die basis $\times$ skuins hoogte $+$ oppervlakte van basis

TSA $= \frac{1}{2}(2\pi r) \times l + \pi r^2$

TSA $= \pi \mathrm{rl} + \pi \mathrm{r}^2$ waar $l =$ skuins hoogte

Oop keël

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times \mathrm{H}$

TSA $= \frac{1}{2} \times$ omtrek van die basis $\times$ skuins hoogte

TSA $= \frac{1}{2}(2\pi r) \times l$

TSA $= \pi r\mathrm{l}$ waar $l =$ skuins hoogte

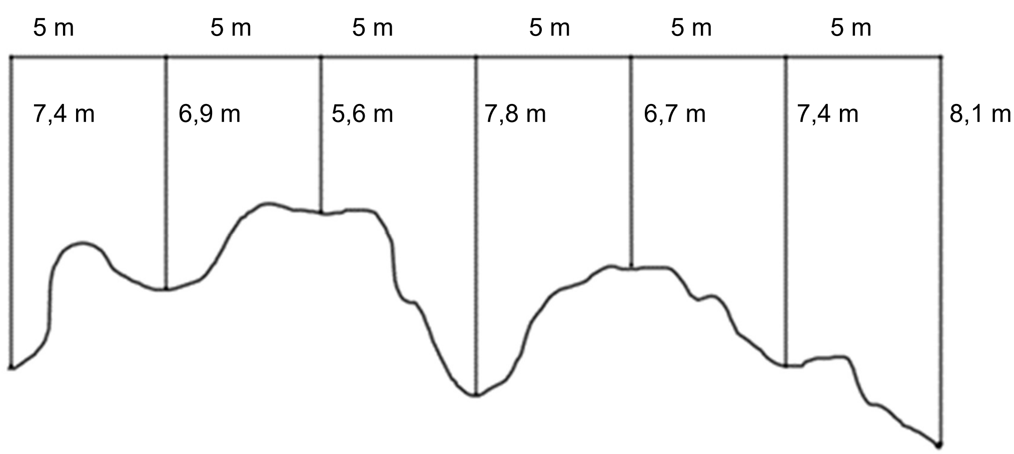
12.1.1 Bereken y, die hoogte waarop die keël gesny moet word. (3)

12.1.2 Bepaal vervolgens die volume van die bak as $y = 4$ cm. Gebruik $\pi = 3{,}14$. (3)

12.1.3 Die kunsstudent wil die buiteoppervlak van die bak met emaljeverf verf. Die verf kan in 100 ml blikkies gekoop word. As een blikkie 90 cm^2 dek, hoeveel blikkies sal hy moet koop? (5)

12.2 Die prent hieronder wys verf wat op ŉ muur gemors is.

Hieronder is ŉ skets wat die area voorstel wat deur die verf bedek word.



Gebruik die middelordinaatreël om die oppervlakte van die verf wat gemors het, te bereken. (3)

[14]

TOTAAL: 150

EINDE

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\qquad$ $x = -\frac{b}{2a}$ $\qquad$ $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$a^x = b \Leftrightarrow x = log_a\, b,$ $\qquad$ $a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$

$A = P(1 + ni)$ $\qquad$ $A = P(1 - ni)$ $\qquad$ $A = P(1 + i)^2$ $\qquad$ $A = P(1 - i)^2$

$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$

$\int kx^n dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C, n, k \in \mathbb{R} \text{ met } n \neq -1 \text{ en } k \neq 0$

$\int \frac{k}{x} dx = kln x + C, x > 0 \text{ en } k\epsilon\mathbb{R}\,;\ k \neq 0$

$\int ka^{nx} dx = \frac{ka^{nx}}{n\, ln\, a} + C, a > 0\,;\, a \neq 1 \text{ en } k, a \in \mathbb{R}\,;\, k \neq 0$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\qquad$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\,;\frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\qquad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\qquad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad$ $tan\theta = m$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

In ΔABC: $\frac{a}{sinA} = \frac{b}{sinB} = \frac{c}{sinC}$ $\qquad$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.cosA$

$Oppervlakte\ van\ \Delta ABC = \frac{1}{2} ab.sinC$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ $\qquad$ $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ $\qquad$ $\cot^2\theta + 1 = \text{cosec}^2\theta$

$\pi rad = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n$	waar n = rotasiefrekwensie
Hoeksnelheid $= \omega = 360^0 n$	waar n = rotasiefrekwensie
Omtreksnelheid $= v = \pi Dn$	waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie
Omtreksnelheid $= v = \omega r$	waar ω = hoeksnelheid en r =radius
Booglengte $= s = r\theta$	waar r = radius en θ =sentrale hoek in radiale
Oppervlakte van sektor $= \dfrac{rs}{2}$	waar r = radius, s = booglengte
$Oppervlakte\ van\ sektor = \dfrac{r^2\theta}{2}$	waar r = radius en θ =sentrale hoek in radiale
$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$	waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord
$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n)$	waar a = gelyke dele, $m_1 = \frac{o_1+o_2}{2}$ $o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate
	OF
$A_T = a\left(\dfrac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + \cdots + o_{n-1}\right)$	waar a = gelyke dele, $o_n = n^{de}$ ordinaat en n= aantal ordinate